

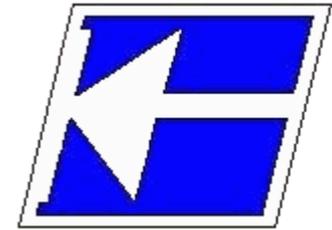
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Santa Catarina



Departamento Acadêmico de Eletrônica

CST em Eletrônica Industrial

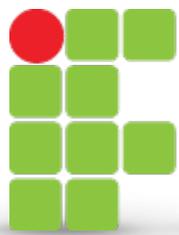
Circuitos Elétricos I



Métodos de Análise de Circuitos

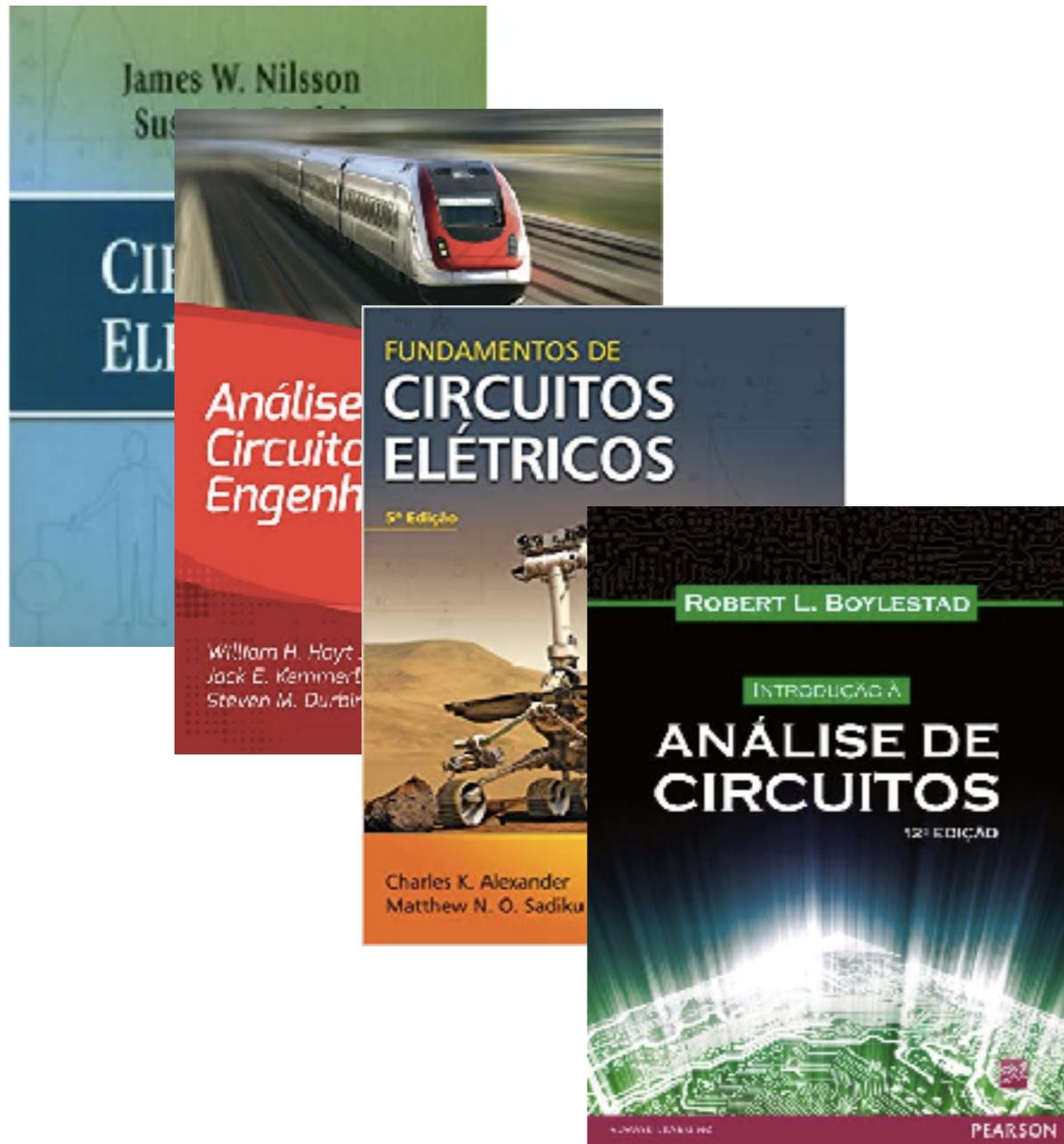
Prof. Clovis Antonio Petry.

Florianópolis, maio de 2020.



INSTITUTO FEDERAL
SANTA CATARINA

Biografia para Esta Aula



www.ProfessorPetry.com.br



Disciplina

Plano de Ensino (2009/1)

Baixe o plano de ensino da disciplina:

Data das avaliações

- Primeira avaliação =
- Segunda avaliação =
- Terceira avaliação =
- Quarta avaliação =
- Seminário =

Notas da disciplina

Acesse aqui:

Dúvidas, entre em contato: petry@cefetsc.edu.br

Aulas	Notas de Aula	Apresentações	Complementos
00		Apresentação da disciplina	
01			
02			
03			
04			
05			
06			
07			
08			
09			
10			
11			
12			
13			
14			
15			
16			

Listas de exercícios

Avaliações anteriores

Nesta Aula

Introdução

Fontes de corrente

Conversão de fontes

Fontes de corrente em paralelo

Fontes de corrente em série

Análise das correntes nos ramos

Análise de malhas

Análise dos nós

Circuitos em ponte

Conversão estrela/delta e delta/estrela

Introdução

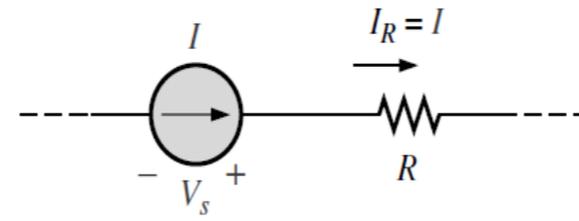
Objetivos de estudar métodos de análise de circuitos:

- Familiarizar-se com as características terminais de uma fonte de corrente e aprender a solucionar problemas que envolvam tensões e correntes de um circuito usando fontes de corrente e/ou fontes de corrente e fontes de tensão.
- Ser capaz de usar a análise das correntes nos ramos e o método das malhas para calcular as correntes de circuitos com um ou mais caminhos independentes.
- Ser capaz de aplicar o método dos nós para calcular todas as tensões terminais de qualquer circuito em série-paralelo com uma ou mais fontes independentes.
- Familiarizar-se com as configurações de circuito em ponte e aprender a realizar conversões Δ - Y ou Y - Δ .

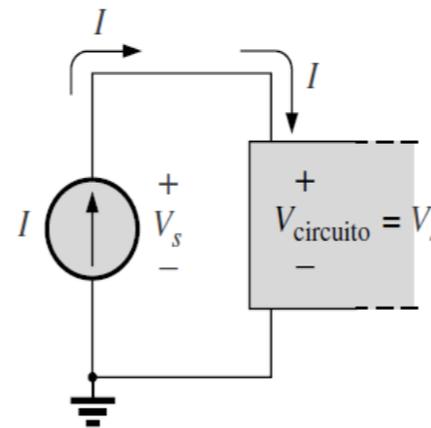
Fontes de Corrente

Fontes de corrente:

- Nos capítulos anteriores, a fonte de tensão era a única fonte que aparecia na análise do circuito.
- Isso se dava fundamentalmente porque as fontes de alimentação são as mais comuns em circuitos eletrônicos.
- Agora, voltaremos nossa atenção para a fonte de corrente.
- Apesar de fontes de corrente não serem tão comuns quanto as fontes de tensão, elas aparecem extensamente em circuitos eletrônicos.
- Suas características e seu uso são diferentes das fontes de tensão, portanto, claramente merecem ser investigados de maneira cuidadosa.



(a)



(b)

Figura 8.1 Introdução do símbolo da fonte de corrente.

no baterias e a fonte de corrente de laboratório.

te, chamada de fonte de corrente.

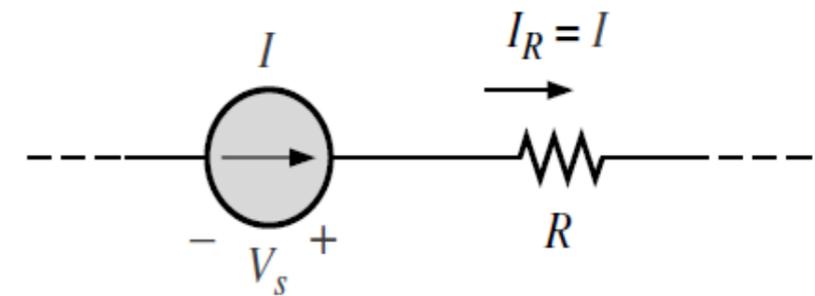
aterial de laboratório, elas não são tão comuns quanto as fontes de tensão.

s de um circuito têm de ser cuidadosamente analisados para garantir que os componentes eletrônicos sejam

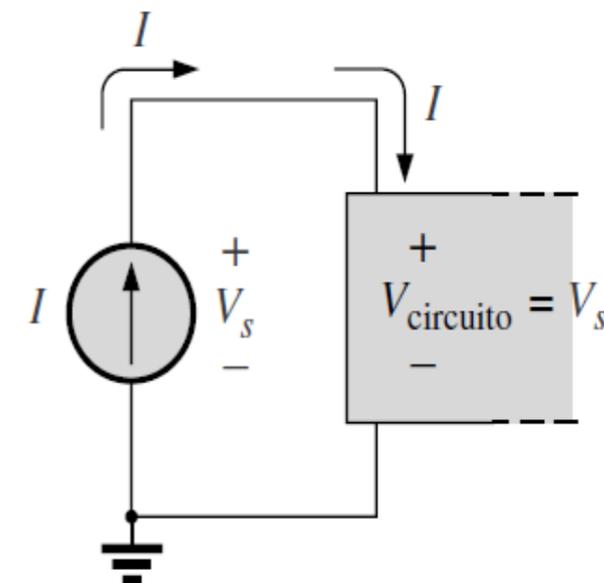
Fontes de Corrente

Fontes de corrente:

- A fonte de corrente é seguidamente descrita como dual da fonte de tensão.
- Da mesma maneira que uma bateria fornece uma tensão fixa para um circuito, uma fonte de corrente estabelece uma corrente fixa no ramo onde ela está localizada.
- Em geral, portanto, uma fonte de corrente determina a direção e a intensidade da corrente no ramo em que ela está localizada.
- Mais ainda, tanto a intensidade quanto a polaridade da tensão através de uma fonte de corrente são, em cada caso, uma função do circuito ao qual a tensão é aplicada.



(a)



(b)

Figura 8.1 Introdução do símbolo da fonte de corrente.

Fontes de Corrente

Análise de circuitos com fontes de corrente:

$$V_1 = R_1 \cdot I = 20k \cdot 10m = 200V$$

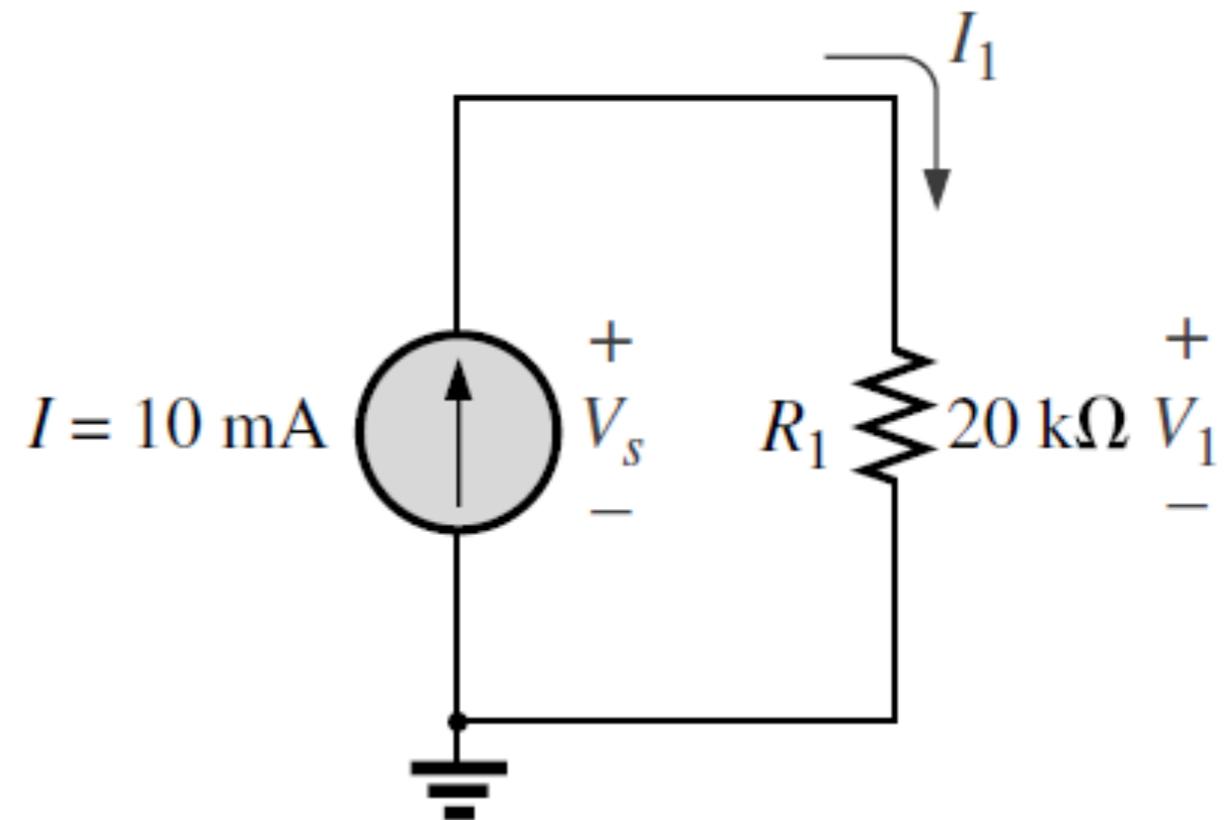


Figura 8.2 Circuito para o Exemplo 8.1.

Fontes de Corrente

Análise de circuitos com fontes de corrente:

$$V_s = E = 12V$$

$$I_2 = \frac{E}{R_2} = \frac{12}{4} = 3A$$

$$+I - I_1 - I_2 = 0$$

$$I_1 = I - I_2 = 7 - 3 = 4A$$

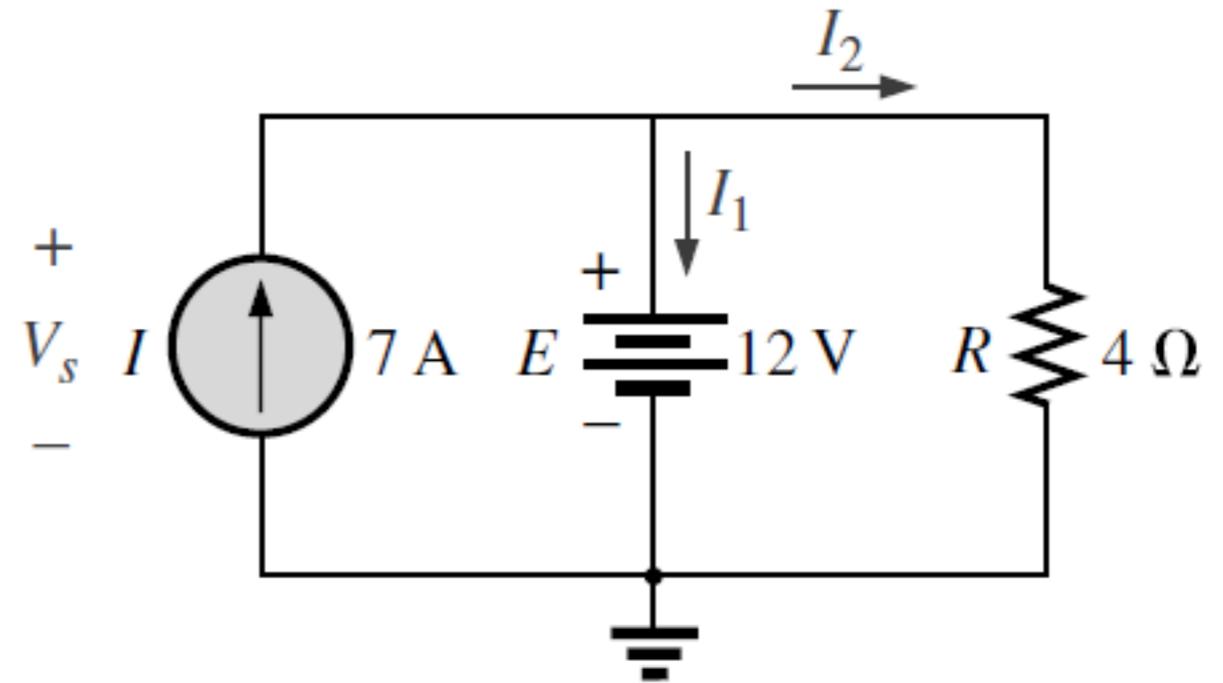


Figura 8.3 Circuito para o Exemplo 8.2.

Fontes de Corrente

Análise de circuitos com fontes de corrente:

$$I_1 = I \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 6 \cdot \frac{1}{2 + 1} = 2A$$

$$V_1 = R_1 \cdot I_1 = 2 \cdot 2 = 4V$$

$$+V_s - 20 - V_1 = 0$$

$$V_s = V_1 + 20 = 4 + 20 = 24V$$

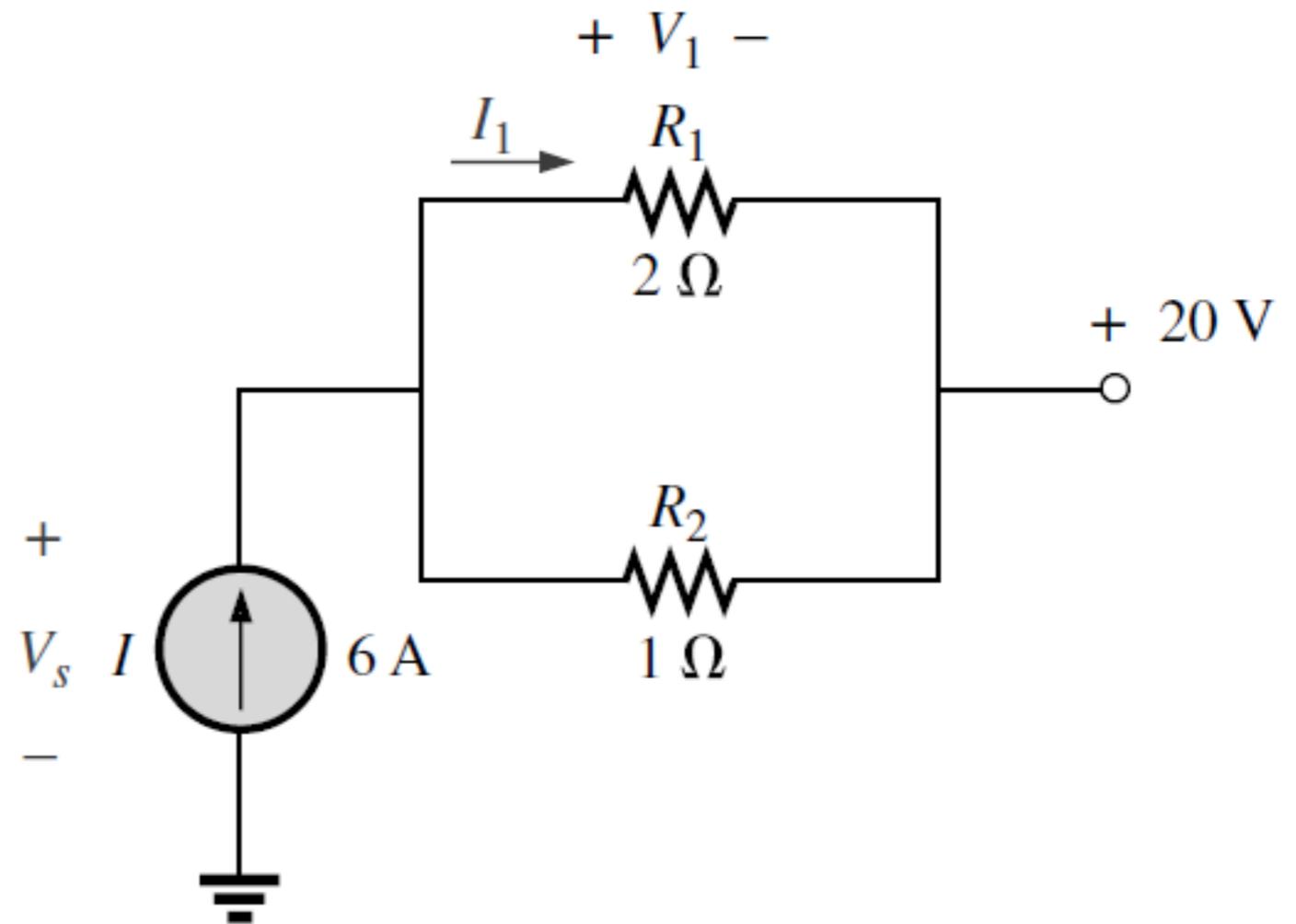


Figura 8.4 Exemplo 8.3.

Conversão de Fontes

Conversão de fontes (tensão para corrente e corrente para tensão):

- A fonte de corrente descrita na seção anterior é denominada fonte ideal devido à ausência de resistência interna.
- Na realidade, todas as fontes - sejam de tensão ou de corrente - possuem alguma resistência interna nas posições relativas mostradas na figura abaixo.

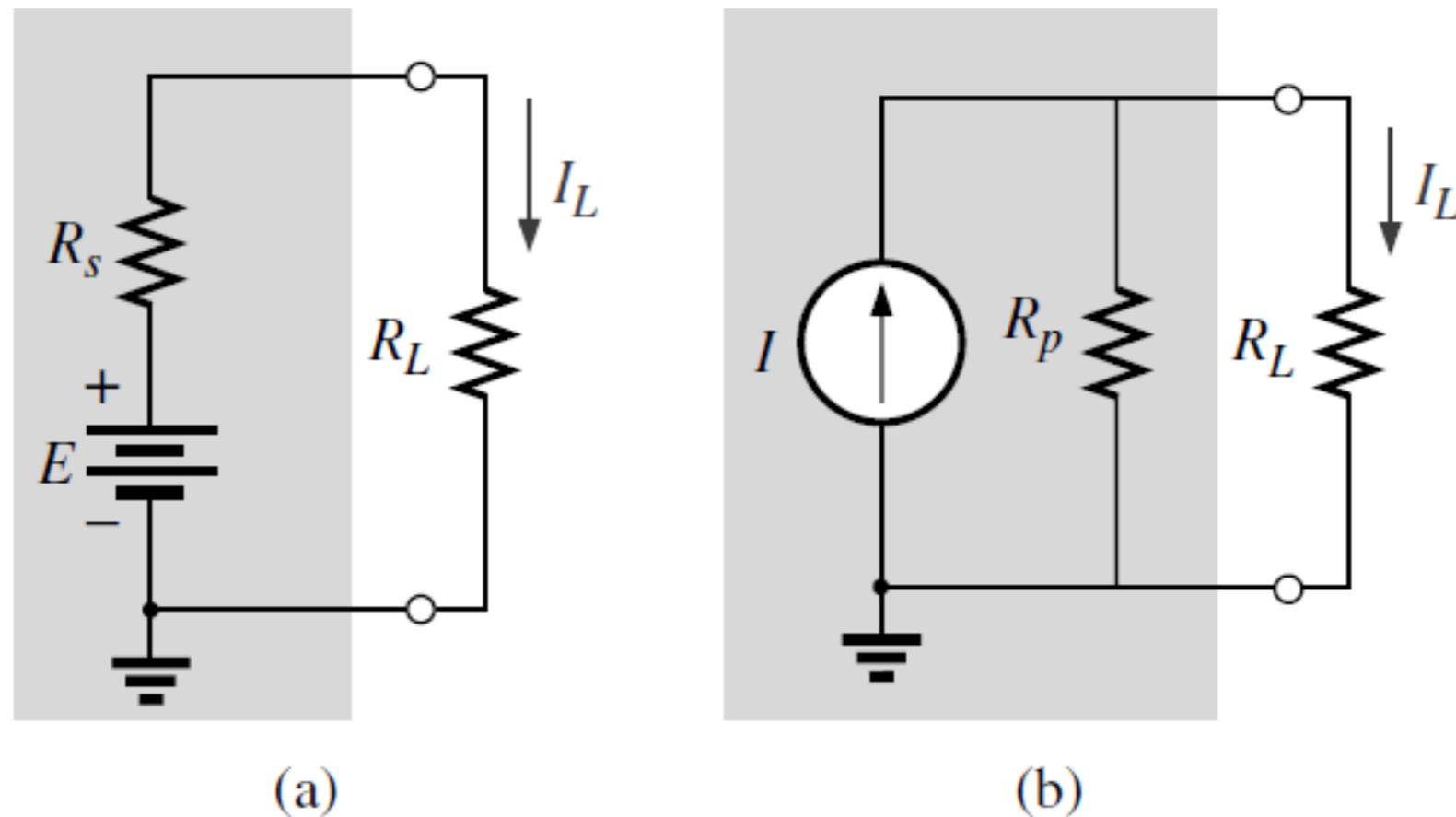


Figura 8.5 Fontes práticas: (a) tensão; (b) corrente.

Conversão de Fontes

Conversão de fontes (tensão para corrente e corrente para tensão).

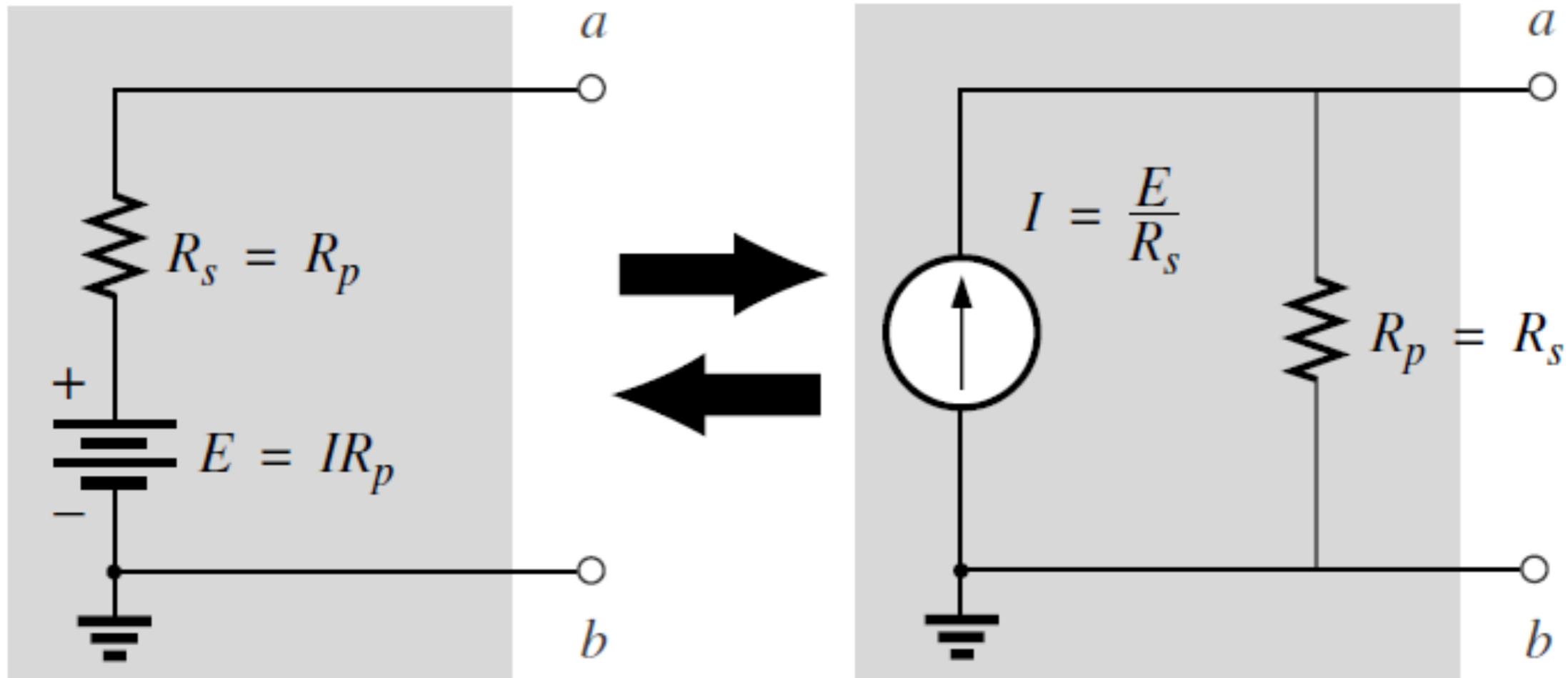


Figura 8.6 Conversão de fonte.

Conversão de Fontes

Conversão de fontes (tensão para corrente e corrente para tensão):

- É importante perceber que a equivalência entre a fonte de corrente e a fonte de tensão existe apenas em seus terminais externos.

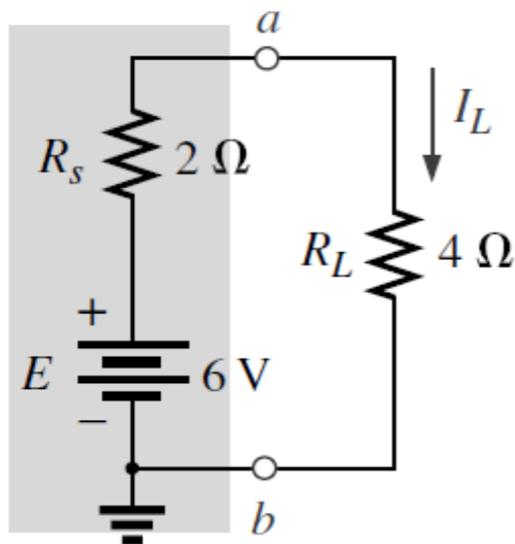


Figura 8.7 Fonte de tensão prática e carga para o Exemplo 8.4.

$$I = \frac{E}{R_s} = 3\text{ A}$$

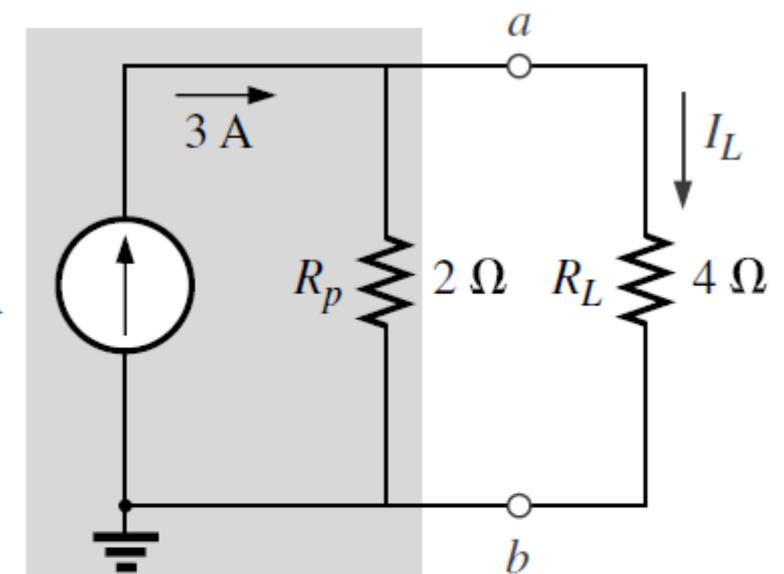


Figura 8.8 Fonte de corrente equivalente e carga para a fonte de tensão na Figura 8.7.

Conversão de Fontes

Conversão de fontes (tensão para corrente e corrente para tensão):

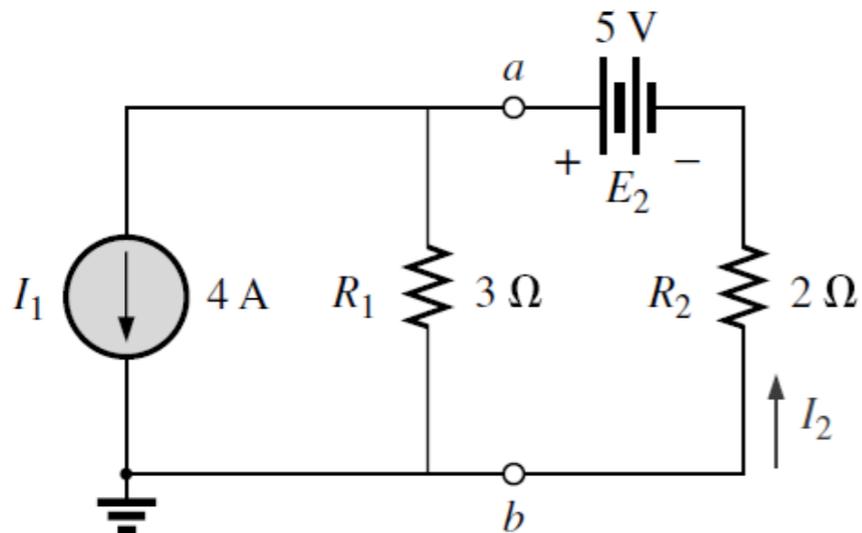


Figura 8.9 Circuito de duas fontes para o Exemplo 8.5.

$$E_1 = R_1 \cdot I_1 = 3 \cdot 4 = 12V$$

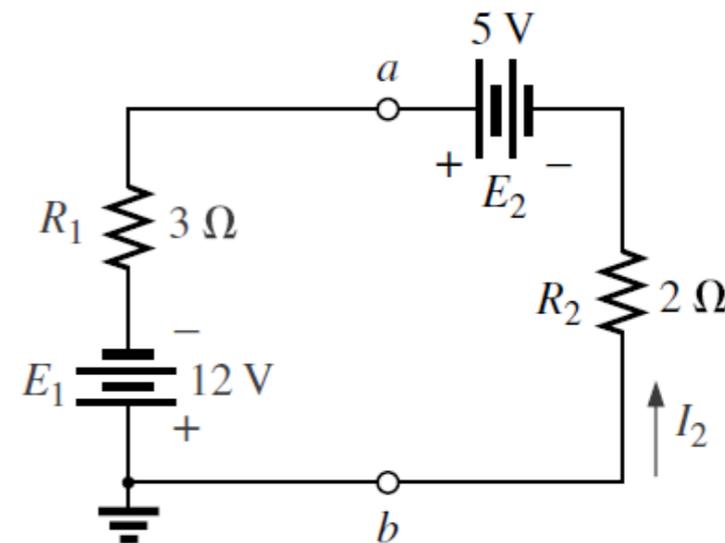


Figura 8.10 Circuito na Figura 8.9 depois da conversão da fonte de corrente em uma fonte de tensão.

Fontes de Corrente em Paralelo

Associação de fontes de corrente:

- Descobrimos que fontes de tensão de diferentes tensões terminais não podem ser colocadas em paralelo devido a uma violação da lei de Kirchhoff para tensões.
- De maneira similar, fontes de corrente de diferentes valores não podem ser colocadas em série devido a uma violação da lei de Kirchhoff para corrente.
- Entretanto, fontes de corrente podem ser colocadas em paralelo da mesma maneira que fontes de tensão podem ser colocadas em série.
- Em geral, duas ou mais fontes de corrente em paralelo podem ser substituídas por uma única fonte de corrente que tenha um valor absoluto determinado pela diferença da soma das correntes em um sentido e a soma no sentido oposto. A nova resistência interna em paralelo é a resistência total dos elementos resistivos em paralelo resultantes.

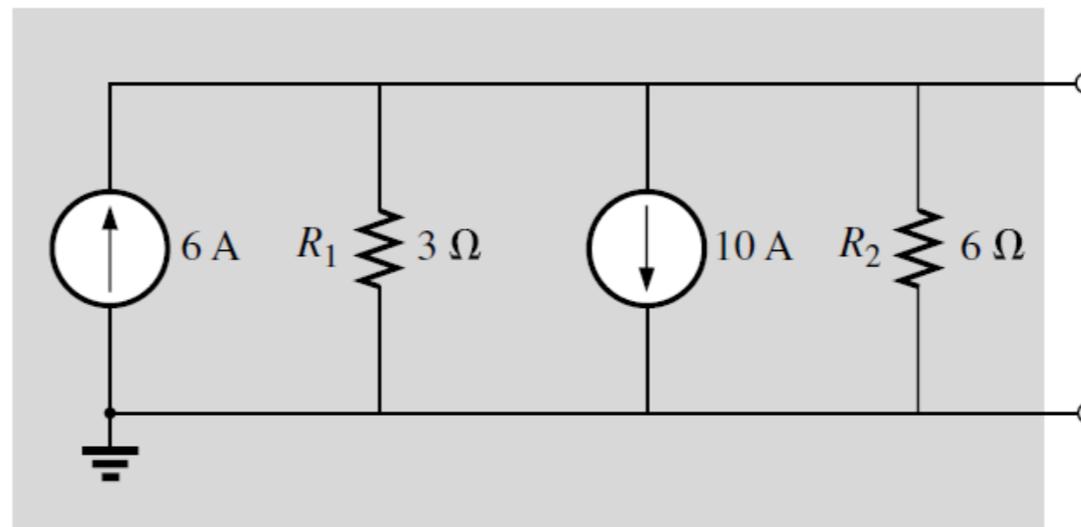


Figura 8.11 Fontes de corrente em paralelo para o Exemplo 8.6.

Fontes de Corrente em Paralelo

Associação de fontes de corrente:

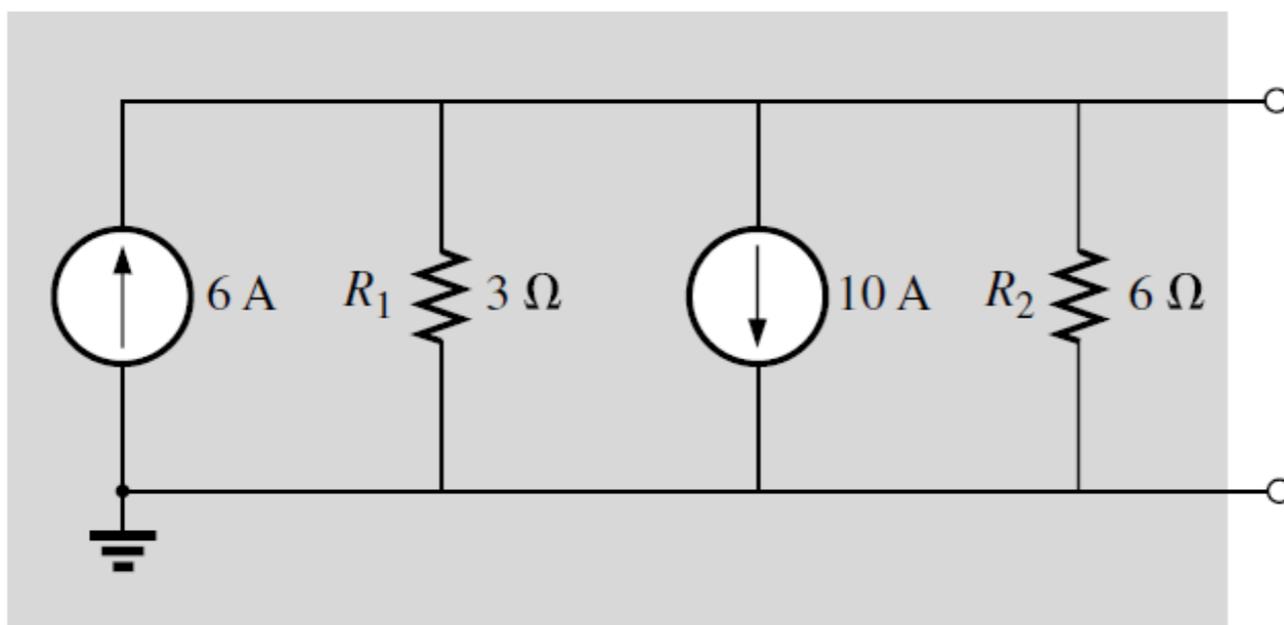


Figura 8.11 Fontes de corrente em paralelo para o Exemplo 8.6.

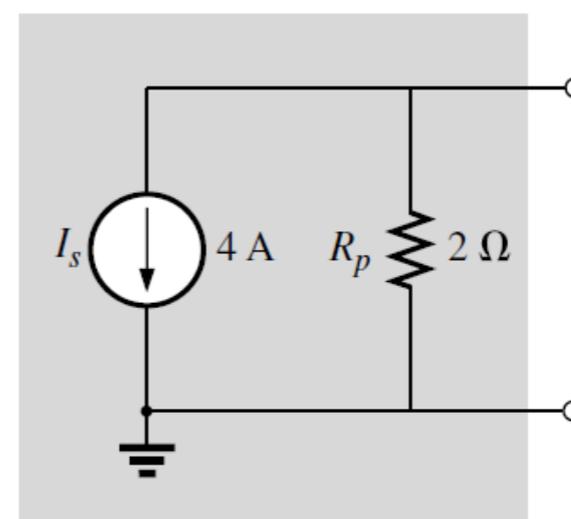


Figura 8.12 Equivalente reduzido para a configuração da Figura 8.11.

Fontes de Corrente em Paralelo

Associação de fontes de corrente:

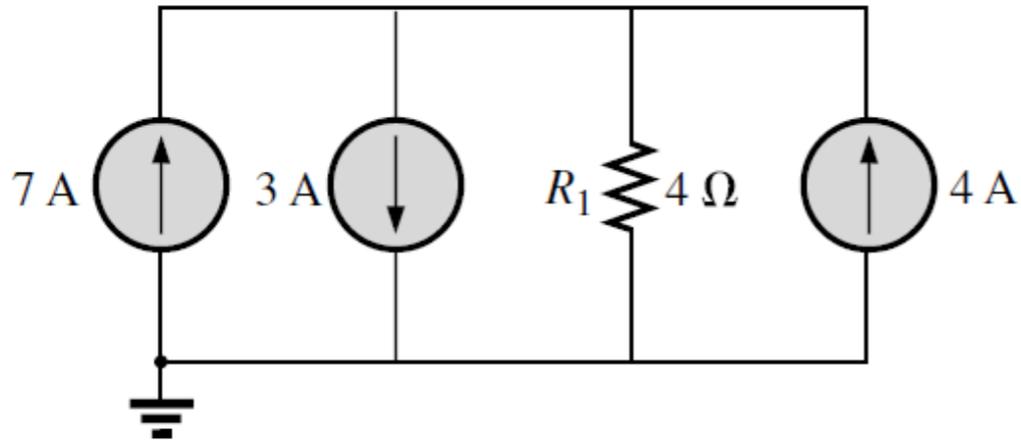


Figura 8.13 Fontes de corrente em paralelo para o Exemplo 8.7.

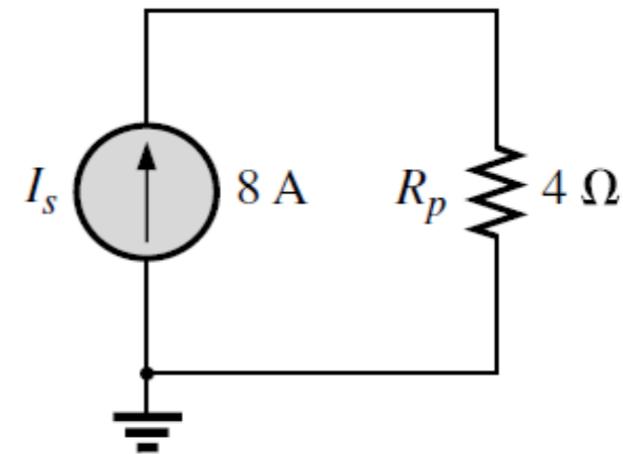


Figura 8.14 Equivalente reduzido para a Figura 8.13.

Fontes de Corrente em Paralelo

Associação de fontes de corrente:

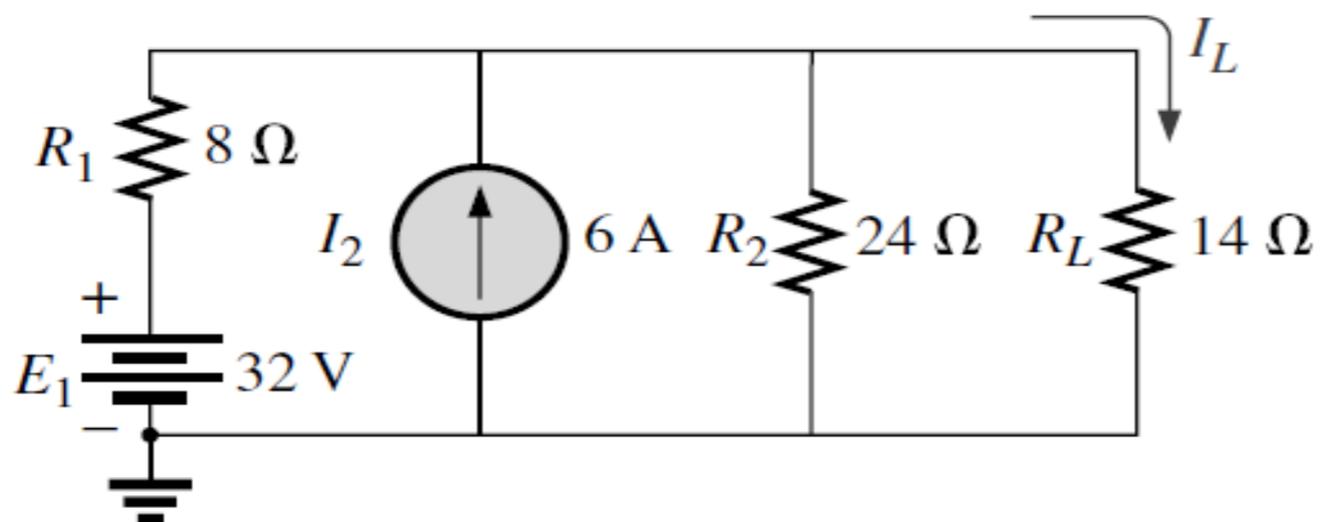


Figura 8.15 Exemplo 8.8.

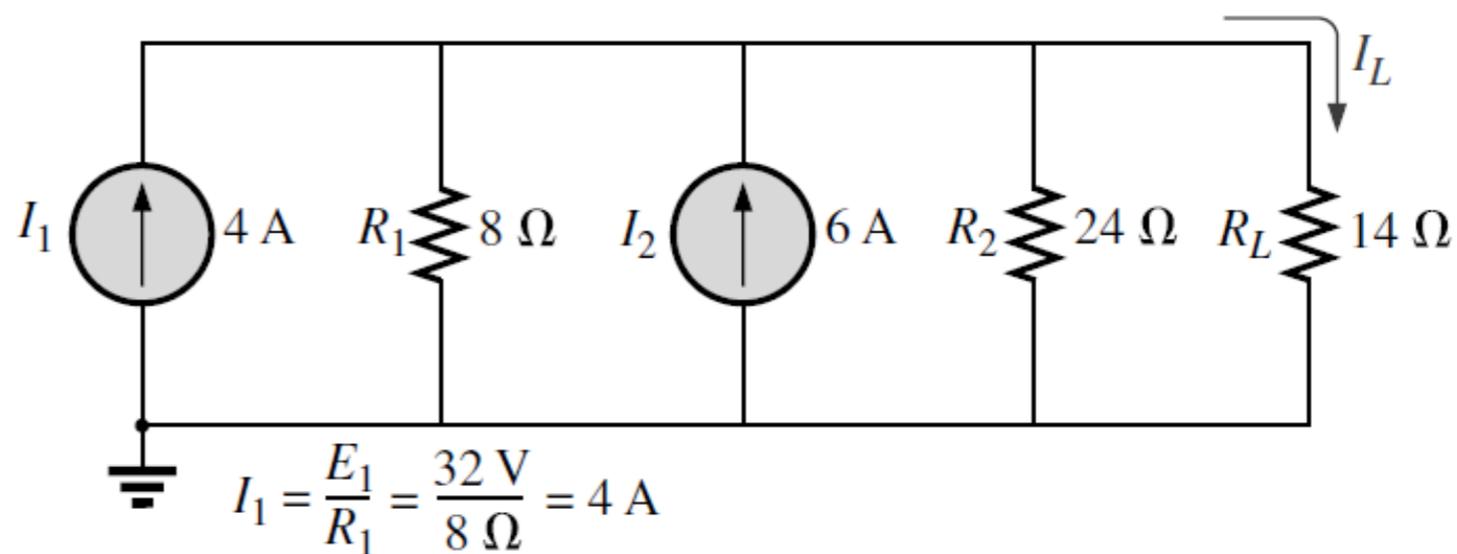


Figura 8.16 Circuito na Figura 8.15 depois da conversão da fonte de tensão em uma fonte de corrente.

Fontes de Corrente em Paralelo

Associação de fontes de corrente:

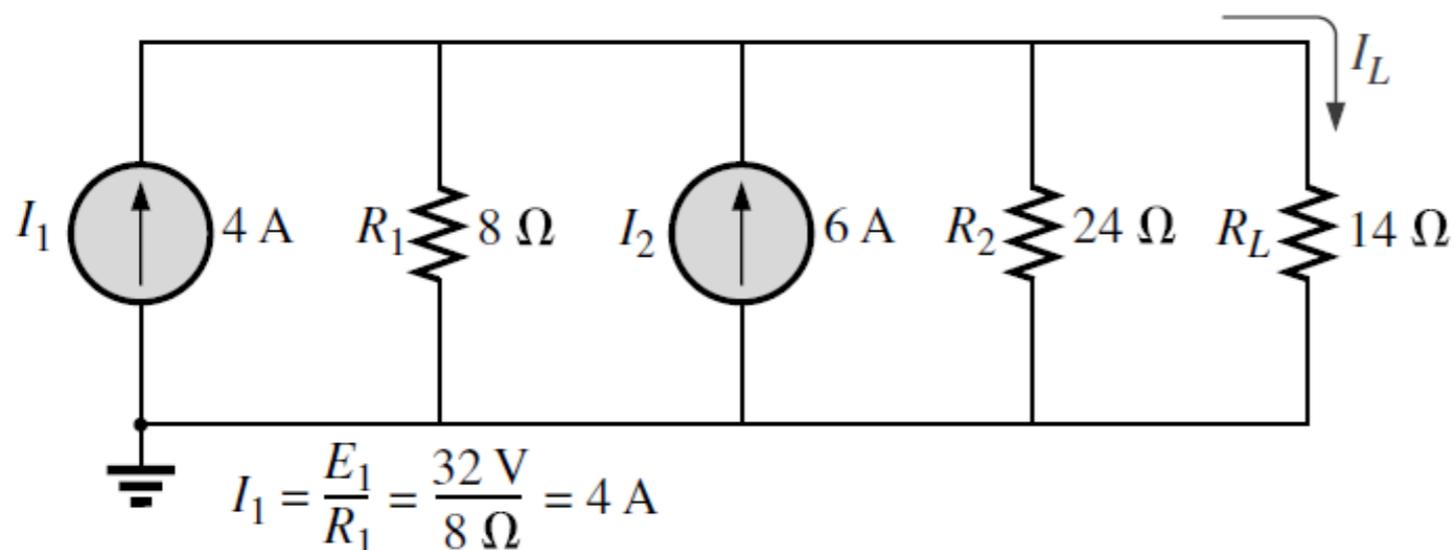


Figura 8.16 Circuito na Figura 8.15 depois da conversão da fonte de tensão em uma fonte de corrente.

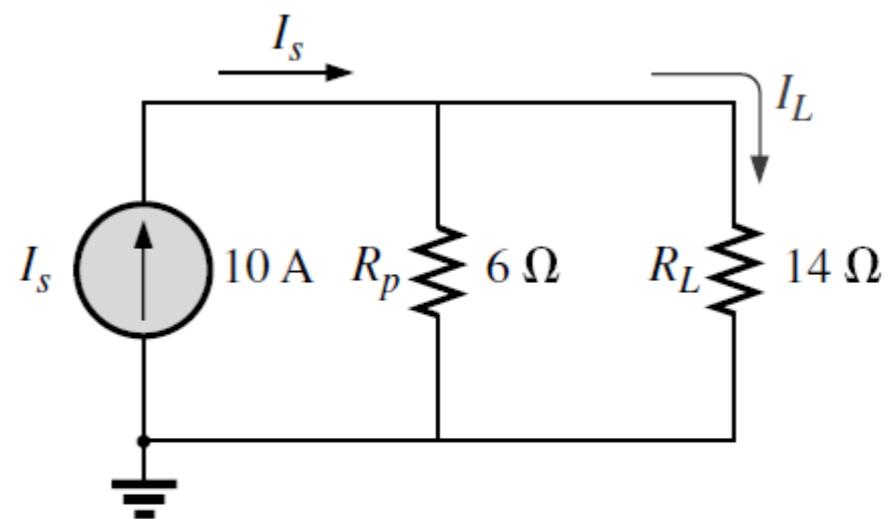


Figura 8.17 Circuito na Figura 8.16 reduzido a sua forma mais simples.

Fontes de Corrente em Série

Associação de fontes de corrente:

- A corrente, em qualquer ramo de um circuito, pode ter apenas um valor.
- Para a situação indicada no ponto *a* da figura abaixo, observamos, ao aplicar a lei de Kirchhoff para correntes, que a corrente que sai desse ponto é maior que a corrente que entra - uma situação impossível.
- Assim, fontes de correntes de diferentes intensidades não podem ser ligadas em série, da mesma maneira que fontes de tensão com tensões diferentes não podem ser conectadas em paralelo.

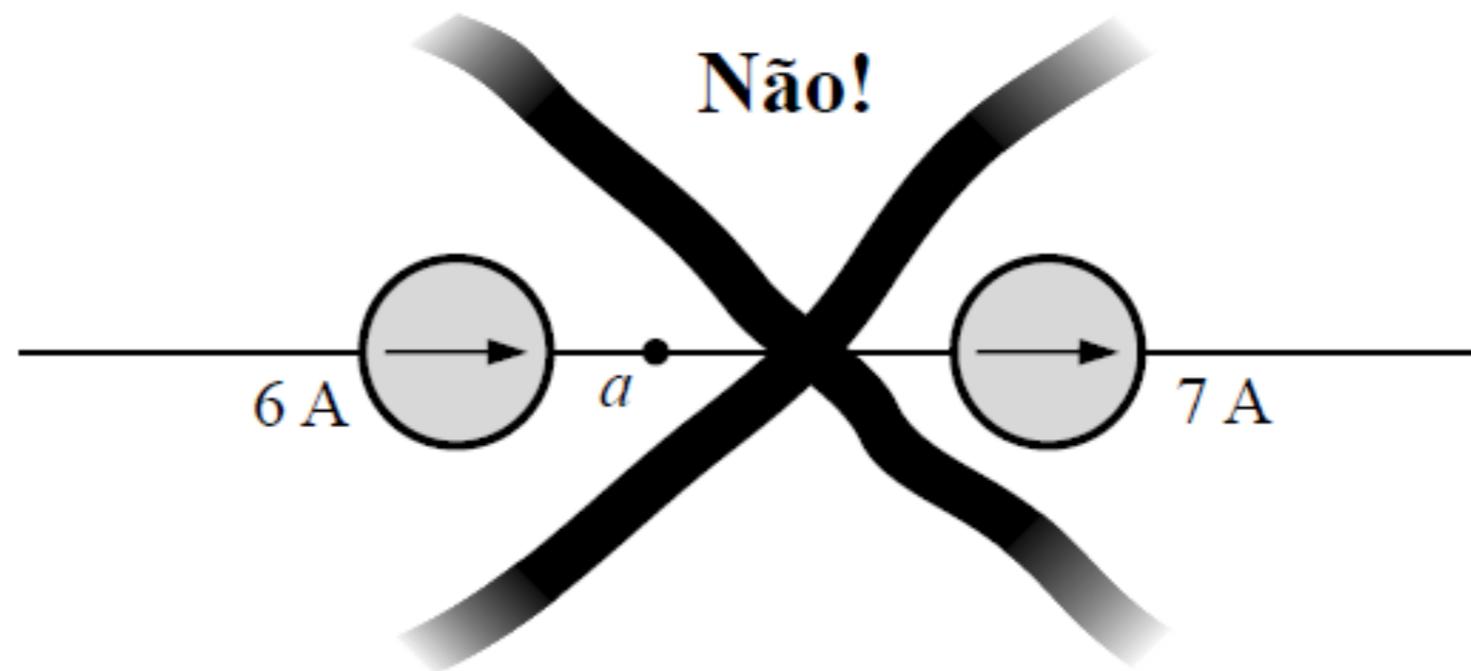


Figura 8.18 Situação inválida.

Análise das Correntes nos Ramos

Análise das correntes nos ramos:

1. Associe uma corrente distinta de sentido arbitrário a cada ramo de circuito.
2. Indique as polaridades de cada resistor, de acordo com o sentido escolhido para a corrente.
3. Aplique a lei de Kirchhoff para tensões em cada malha independente e fechada do circuito.
4. Aplique a lei de Kirchhoff para correntes ao número mínimo de nós que inclua todas as correntes nos ramos do circuito.
5. Resolva as equações lineares simultâneas resultantes para as correntes de ramo escolhidas.

Análise de malhas.

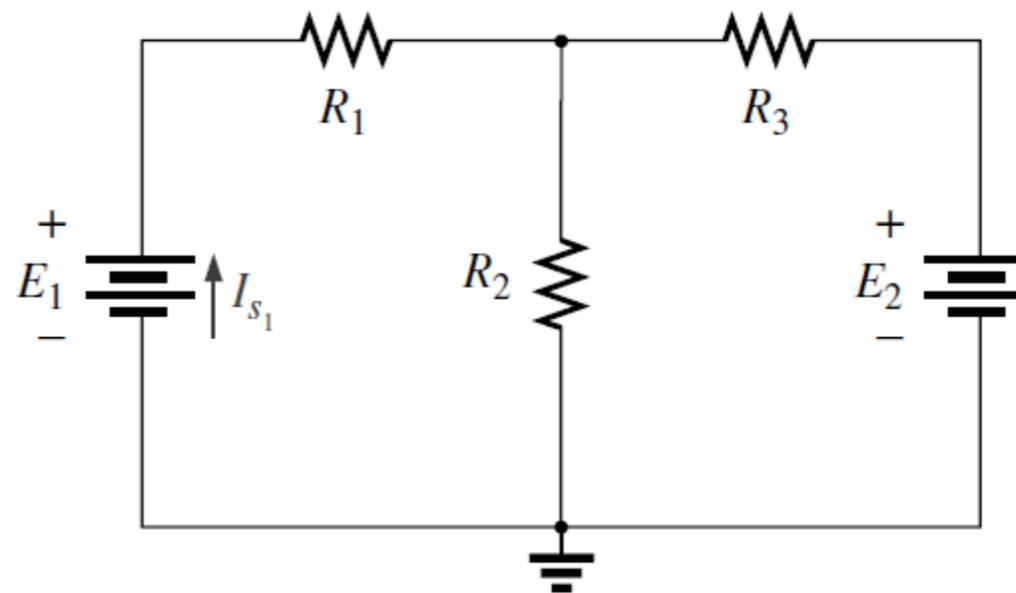


Figura 8.19 Demonstração da necessidade de um método como a análise das correntes nos ramos.

Análise das Correntes nos Ramos

Análise das correntes nos ramos.

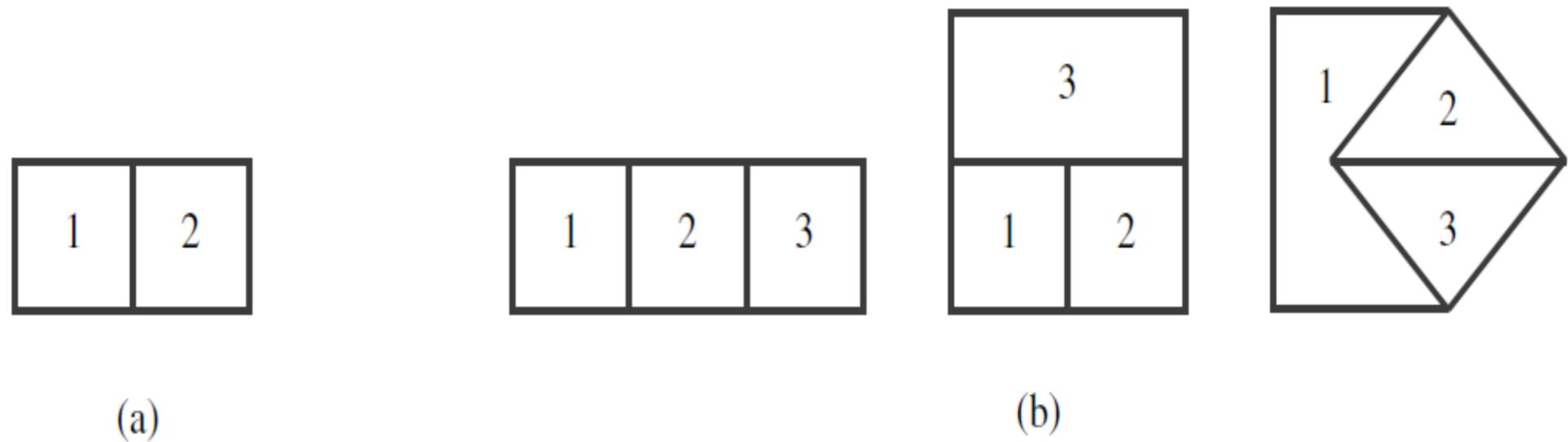


Figura 8.20 Determinação do número de malhas independentes.

Análise das Correntes nos Ramos

Análise das correntes nos ramos.

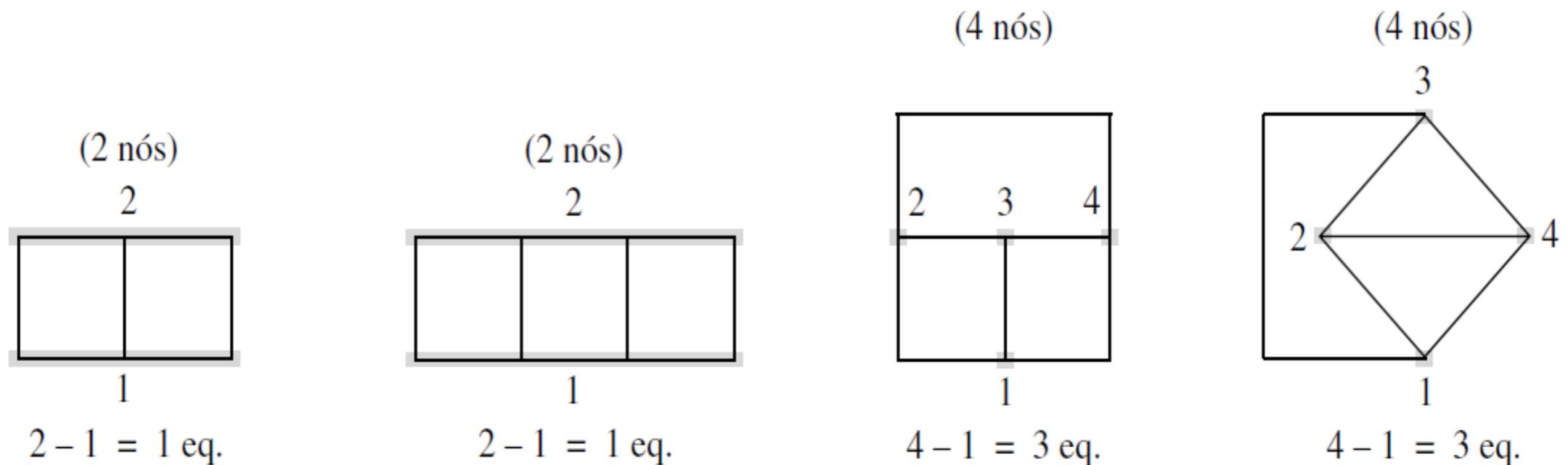


Figura 8.21 Determinação do número de vezes que a lei de Kirchhoff para correntes deve ser aplicada.

Análise das Correntes nos Ramos

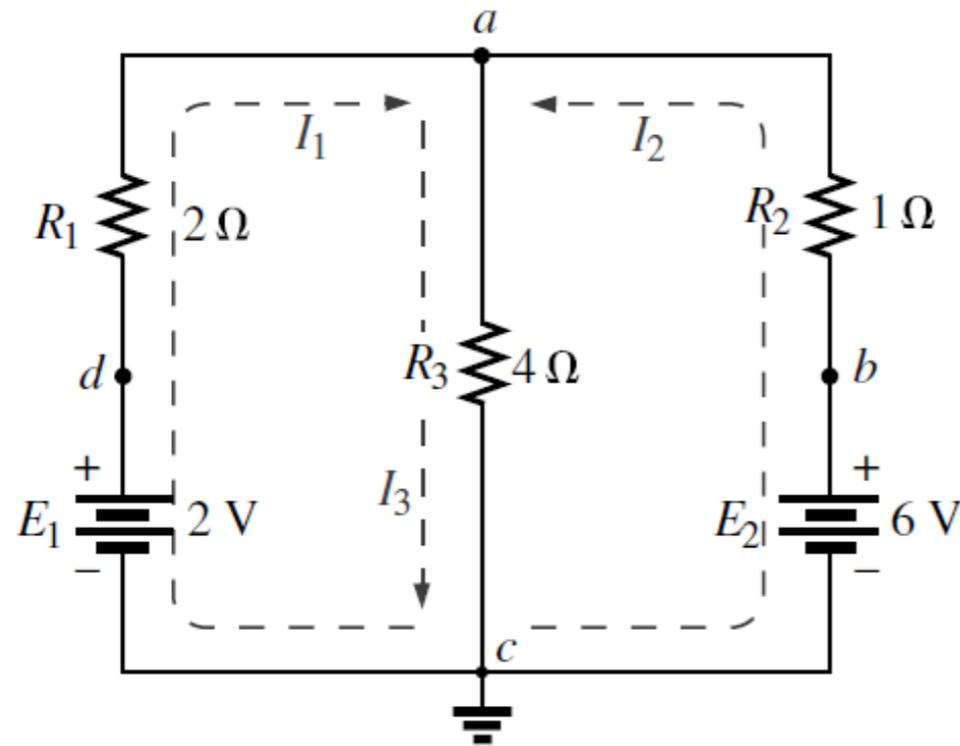


Figura 8.22 Exemplo 8.9.

LKC no nó a:

$$+I_1 + I_2 - I_3 = 0$$

$$I_3 = I_1 + I_2$$

LKT nos ramos:

$$V_{R3} - E_1 + V_{R1} = 0 \rightarrow V_{R1} + V_{R3} = E_1$$

$$V_{R3} - E_2 + V_{R2} = 0 \rightarrow V_{R2} + V_{R3} = E_2$$

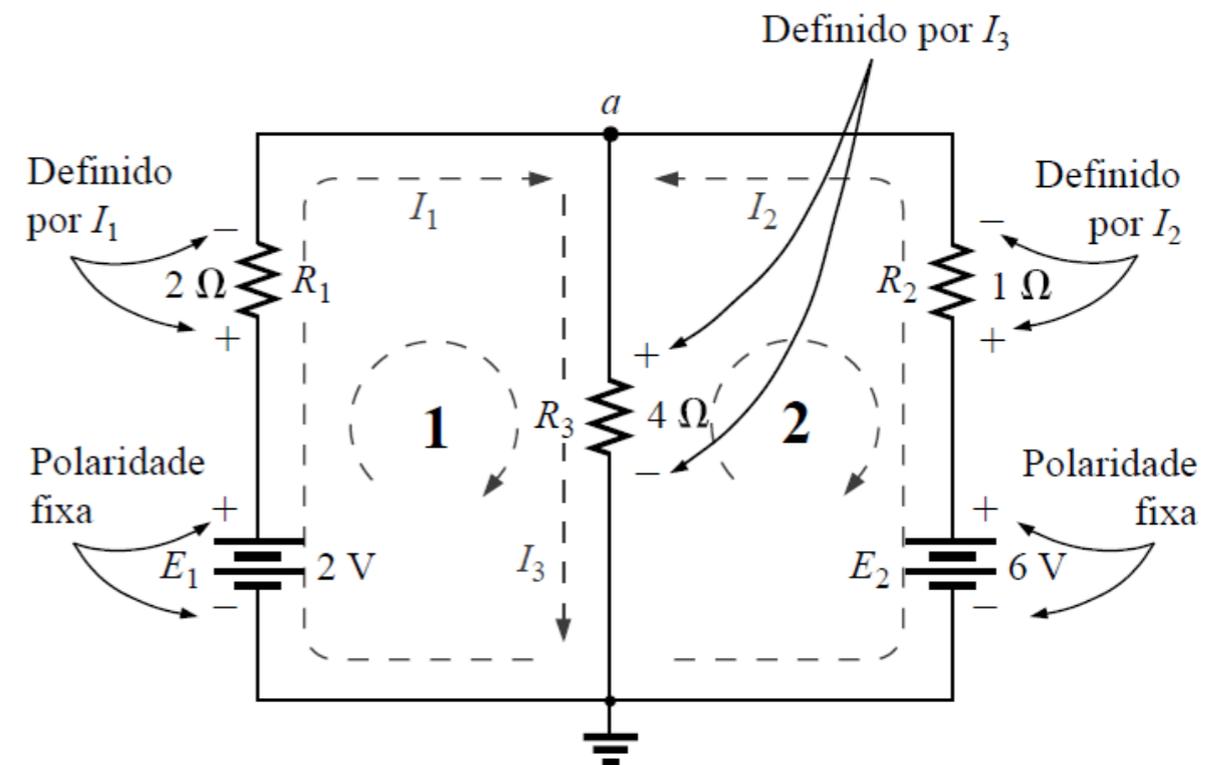


Figura 8.23 Inserção das polaridades das tensões entre os terminais dos elementos resistivos de acordo com as correntes de ramo escolhidas.

Análise das Correntes nos Ramos

Usando Lei de Ohm:

$$V_{R1} = R_1 \cdot I_1$$

$$V_{R2} = R_2 \cdot I_2$$

$$V_{R3} = R_3 \cdot I_3$$

Equações dos ramos:

$$R_1 \cdot I_1 + R_3 \cdot I_3 = E_1 \rightarrow 2 \cdot I_1 + 4 \cdot I_3 = 2$$

$$R_2 \cdot I_2 + R_3 \cdot I_3 = E_2 \rightarrow 1 \cdot I_2 + 4 \cdot I_3 = 6$$

Usando:

$$I_3 = I_1 + I_2$$

$$2 \cdot I_1 + 4 \cdot I_3 = 2 \rightarrow 2 \cdot I_1 + 4 \cdot (I_1 + I_2) = 2 \rightarrow 6 \cdot I_1 + 4 \cdot I_2 = 2$$

$$1 \cdot I_2 + 4 \cdot I_3 = 6 \rightarrow 1 \cdot I_2 + 4 \cdot (I_1 + I_2) = 6 \rightarrow 4 \cdot I_1 + 5 \cdot I_2 = 6$$

Sistema de equações a ser resolvido:

$$6 \cdot I_1 + 4 \cdot I_2 = 2$$

$$4 \cdot I_1 + 5 \cdot I_2 = 6$$

As equações dos ramos podem considerar o efeito de todas as correntes circulando pelos resistores, isto é, aplicando-se diretamente LKC ao usar LKT nos ramos.

Análise das Correntes nos Ramos

Análise das correntes nos ramos.

Sistema de equações a ser resolvido:

$$6 \cdot I_1 + 4 \cdot I_2 = 2$$

$$4 \cdot I_1 + 5 \cdot I_2 = 6$$

Solução:

$$I_1 = -1A$$

$$I_2 = 2A$$

$$I_3 = 1A$$



6x+4y=2, 4x+5y=6

Extended Keyboard Upload Examples Random

Input
{6x + 4y = 2, 4x + 5y = 6}

Solution: Step-by-step solution

x = -1, y = 2

Fonte: <https://www.wolframalpha.com/input/?i=6x%2B4y%3D2%2C+4x%2B5y%3D6>

Método das Malhas

Análise das malhas:

- O próximo método a ser descrito - o método das malhas - é, na realidade, uma extensão do método da análise das correntes nos ramos introduzido há pouco.
- Ao definir uma disposição específica de correntes para o circuito, a informação fornecida pela aplicação da lei de Kirchhoff para corrente já está incluída quando aplicamos essa lei para tensões. Não há necessidade de aplicar o passo 4 no método de correntes nos ramos.
- As correntes a serem definidas são chamadas de correntes de malha.

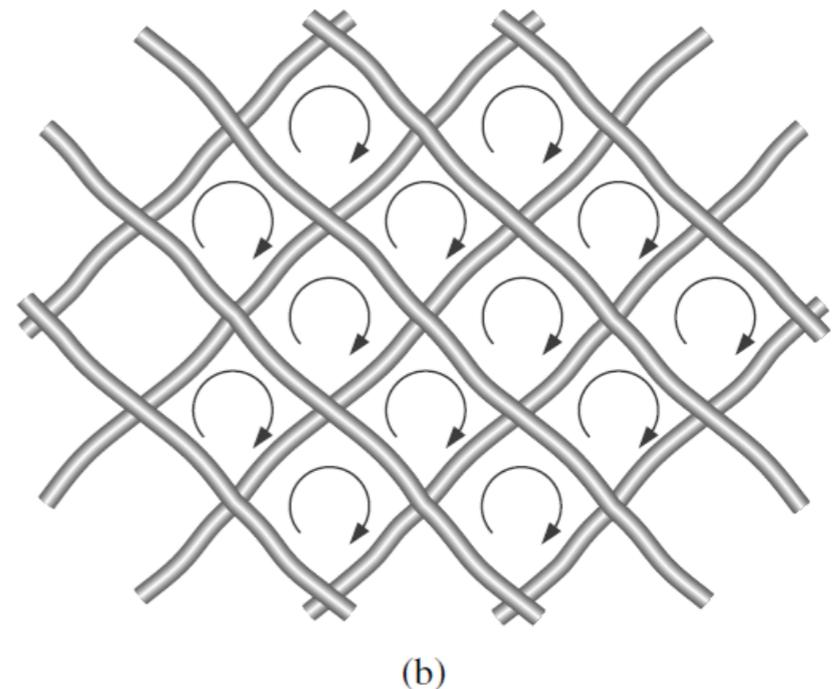
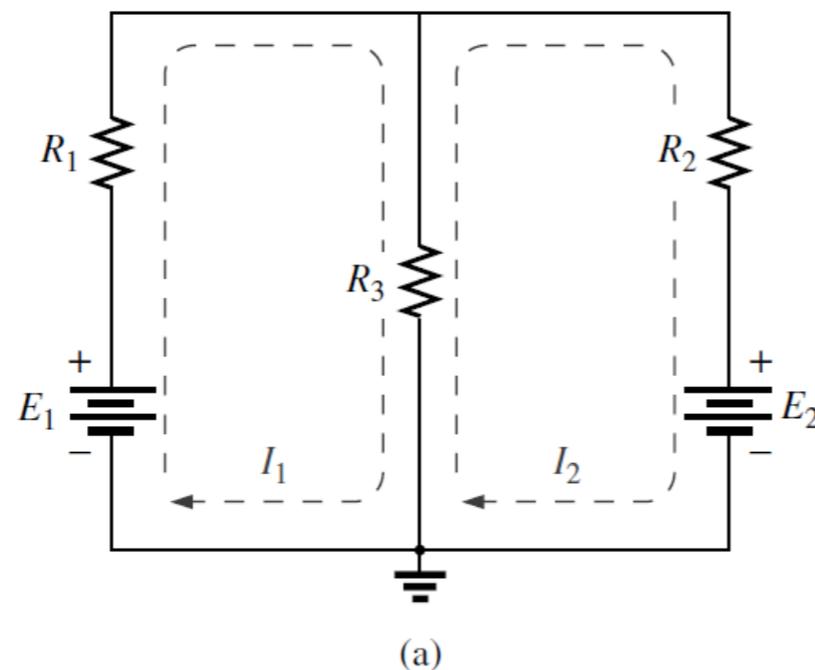


Figura 8.27 Definição da corrente de malha: (a) circuito de ‘duas janelas’; (b) analogia da cerca de malha de arame.

Método das Malhas

Análise das malhas:

1. Associe uma corrente no sentido horário a cada malha fechada e independente do circuito. Não é necessário escolher o sentido horário para todas as correntes de malha. De fato, podemos escolher qualquer sentido para cada uma dessas correntes sem alterar o resultado, enquanto todos os outros passos são seguidos corretamente. Entretanto, escolhendo o sentido horário como o padrão, podemos desenvolver um método mais rápido para escrever as equações necessárias, o que poupará tempo e possivelmente evitará alguns dos erros mais comuns.

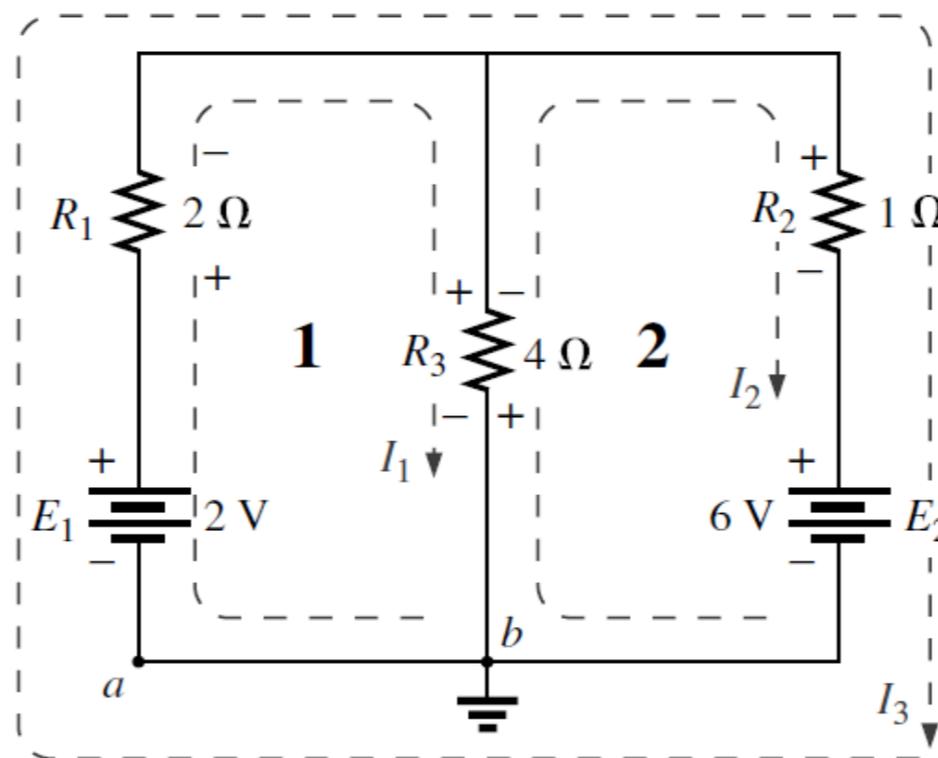


Figura 8.28 Definição das correntes de malha para um circuito de ‘duas janelas’.

Método das Malhas

Análise das malhas:

1. ...
2. Indique as polaridades de cada resistor dentro de cada malha de acordo com o sentido da corrente postulado para essa malha. Observe a necessidade de que polaridades sejam estabelecidas para todos os componentes de todas as malhas. Portanto, isso requer, como mostra a figura abaixo, que o resistor de 4Ω tenha duas polaridades associadas.

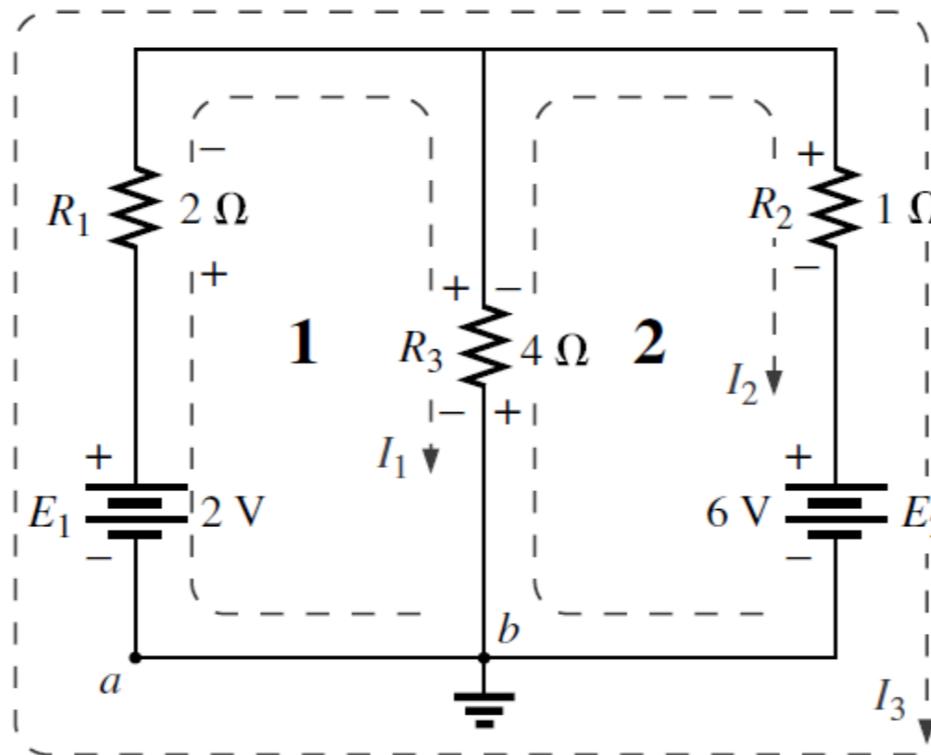


Figura 8.28 Definição das correntes de malha para um circuito de ‘duas janelas’.

Método das Malhas

Análise das malhas:

1. ...
2. ...
3. Aplique a lei de Kirchhoff para tensões em todas as malhas no sentido horário. Novamente, o sentido horário foi escolhido para manter a uniformidade, e com o intuito de nos preparar para o método a ser introduzido na próxima seção.
 - A. Se um resistor é percorrido por duas ou mais correntes, a corrente total que o atravessa é dada pela corrente da malha à qual a lei de Kirchhoff está sendo aplicada mais às correntes de outras malhas que o percorrem no mesmo sentido e menos às correntes que o atravessam no sentido oposto.
 - B. A polaridade de uma fonte de tensão não é afetada pela escolha do sentido das correntes nas malhas.

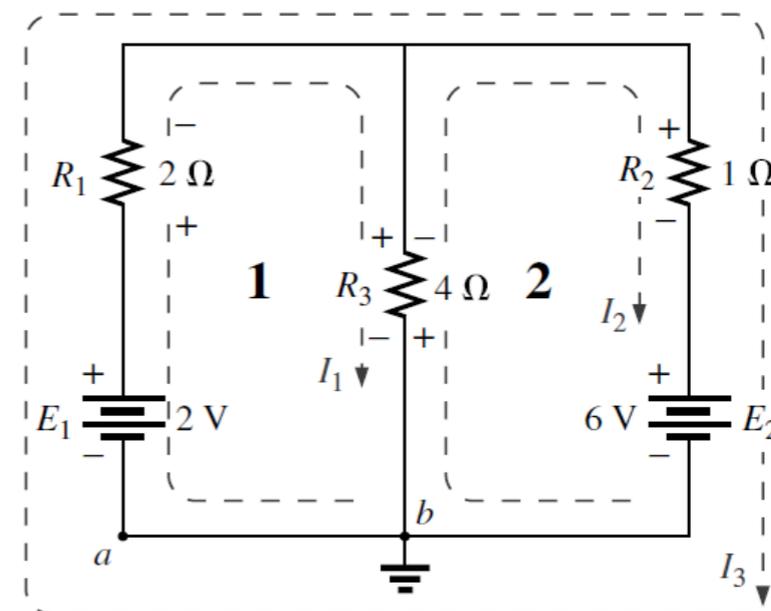


Figura 8.28 Definição das correntes de malha para um circuito de ‘duas janelas’.

Método das Malhas

Análise das malhas:

1. ...
2. ...
3. ...
4. Resolva as equações lineares simultâneas resultantes para obter as correntes de malhas.

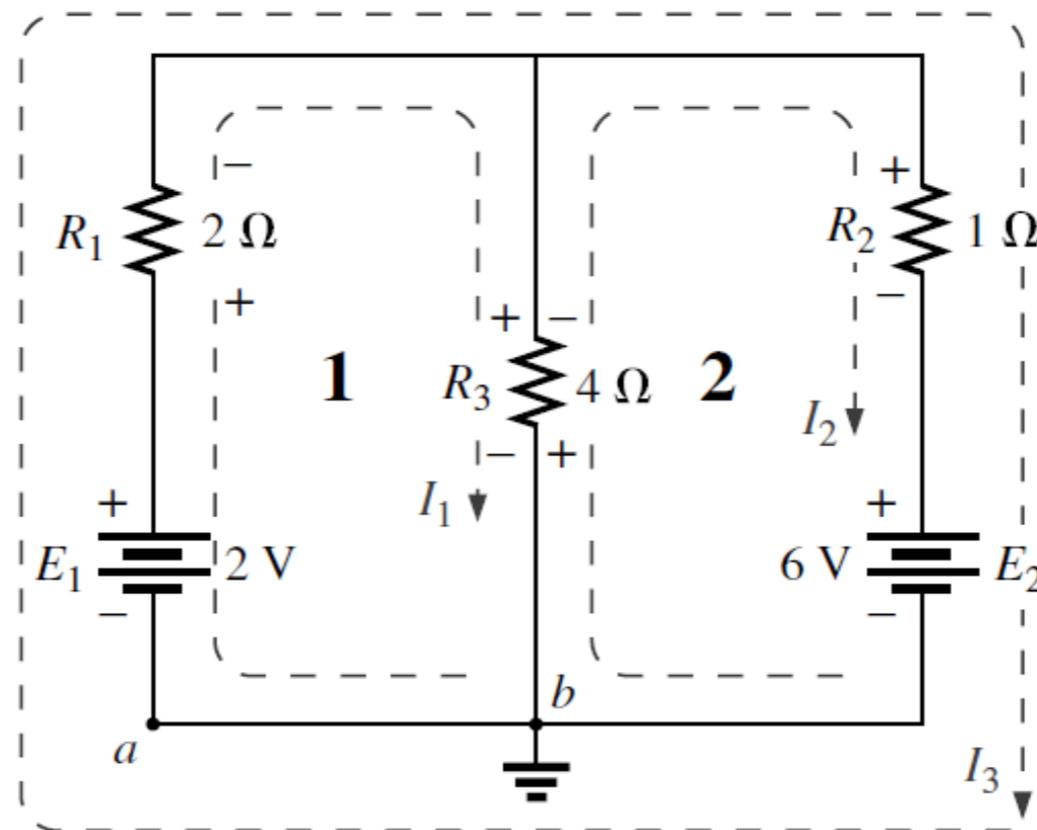


Figura 8.28 Definição das correntes de malha para um circuito de ‘duas janelas’.

Método das Malhas

Análise das malhas:

1. ...
2. ...
3. ...
4. Resolva as equações lineares simultâneas resultantes para obter as correntes de malhas.

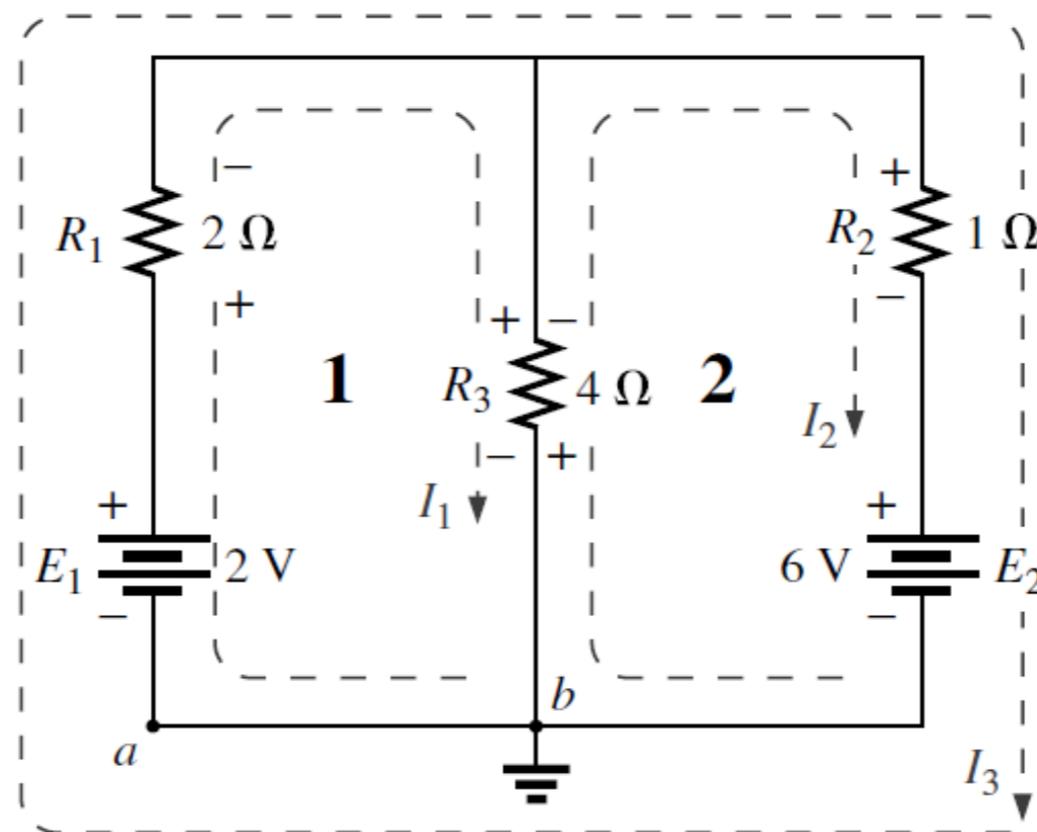


Figura 8.28 Definição das correntes de malha para um circuito de ‘duas janelas’.

Método das Malhas

Passo 1 → inserir correntes no sentido horário

Passo 2 → identificar as polaridades das tensões nos resistores

Passo 3 → LKT nas malhas

$$-E_1 + R_1 \cdot I_1 + R_2 \cdot I_1 - R_2 \cdot I_2 + E_2 = 0 \rightarrow I_1 \cdot (R_1 + R_2) - I_2 \cdot R_2 = E_1 - E_2$$

$$-E_2 + R_2 \cdot I_2 - R_2 \cdot I_1 + R_3 \cdot I_2 = 0 \rightarrow -I_1 \cdot R_2 + I_2 \cdot (R_2 + R_3) = E_2$$

Passo 4 → Resolução do sistema

$$7 \cdot I_1 - 6 \cdot I_2 = -5$$

$$6 \cdot I_1 + 8 \cdot I_2 = 10$$

Solução:

$$I_1 = 1A$$

$$I_2 = 2A$$

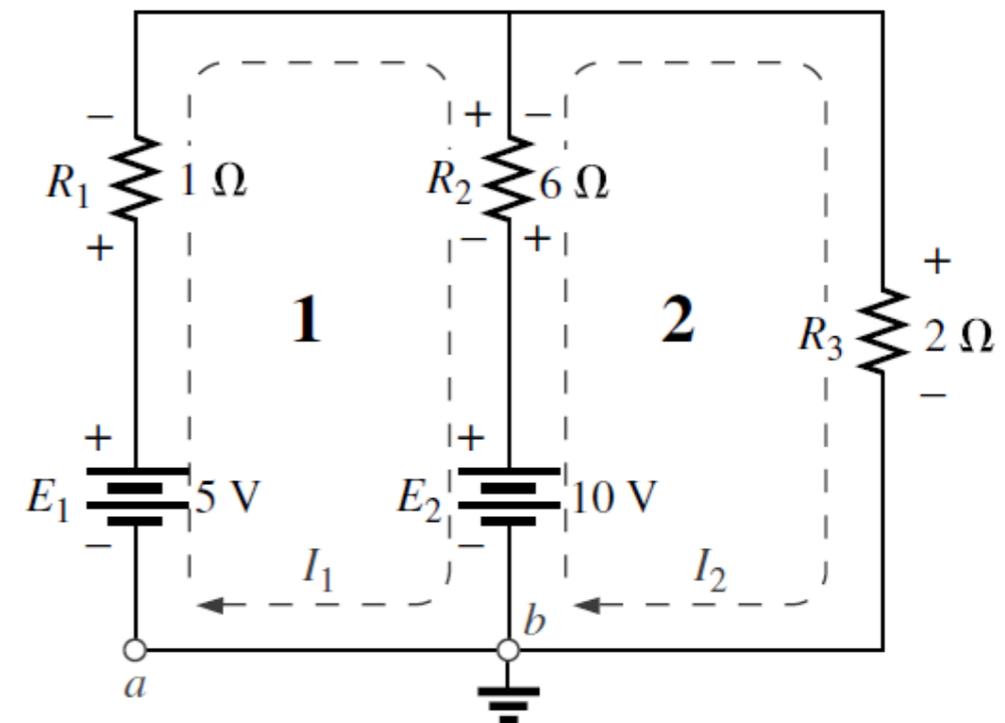


Figura 8.29 Exemplo 8.12.

Método das Malhas

Resolução detalhada em sala de aula.

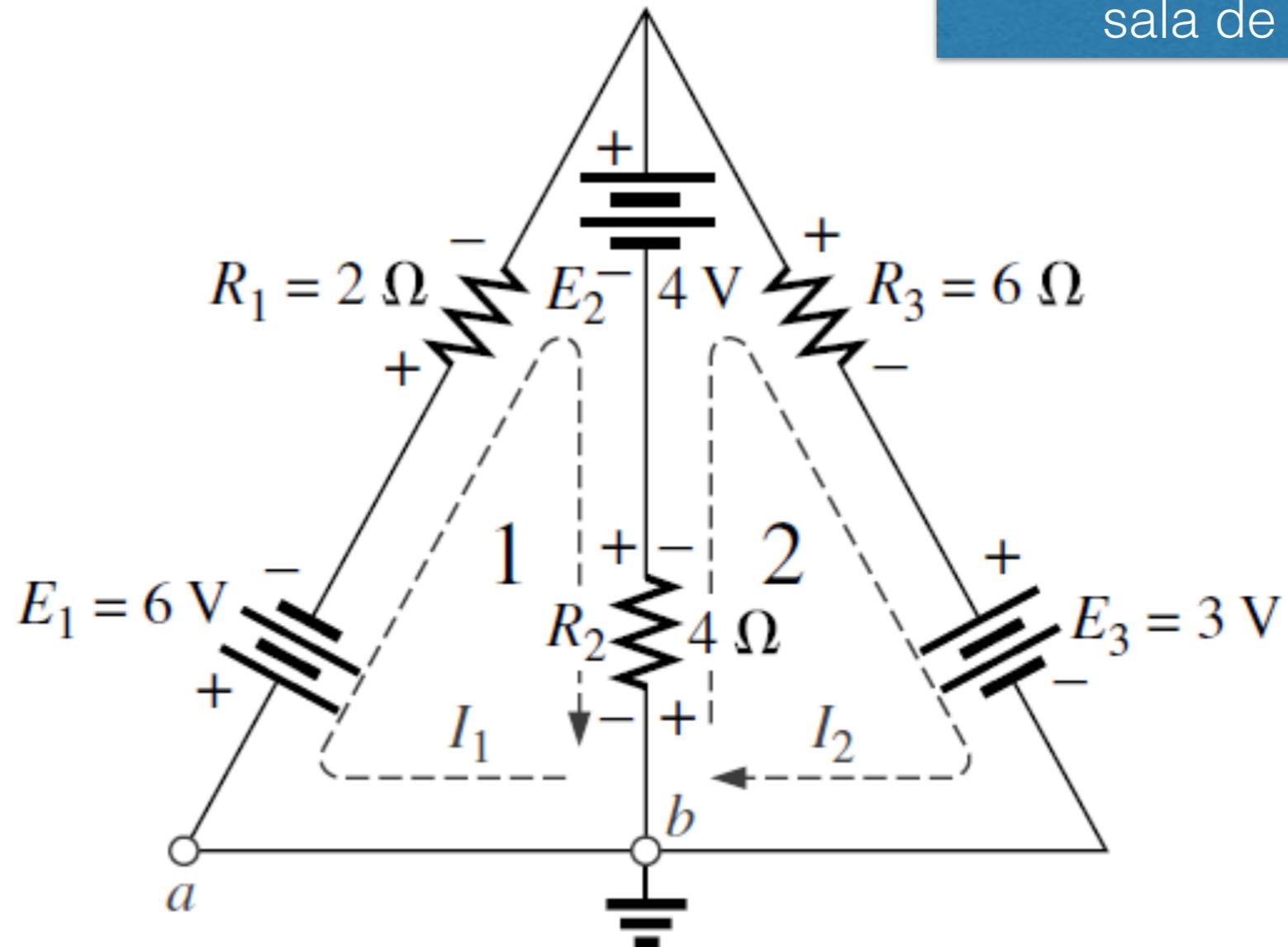


Figura 8.30 Exemplo 8.13.

Método das Malhas

Super malhas:

- Ocasionalmente, você descobrirá fontes de corrente em um circuito sem uma resistência em paralelo.
- Isso elimina a possibilidade de converter a fonte em uma fonte de tensão, como exige o procedimento dado.
- Nesses casos, você pode optar pela escolha de um entre dois métodos.
- O método mais simples e mais direto consiste na colocação de um resistor em paralelo com a fonte de corrente que tem um valor muito mais alto que os outros resistores do circuito.
- Outra escolha é usar o método de supermalhas.

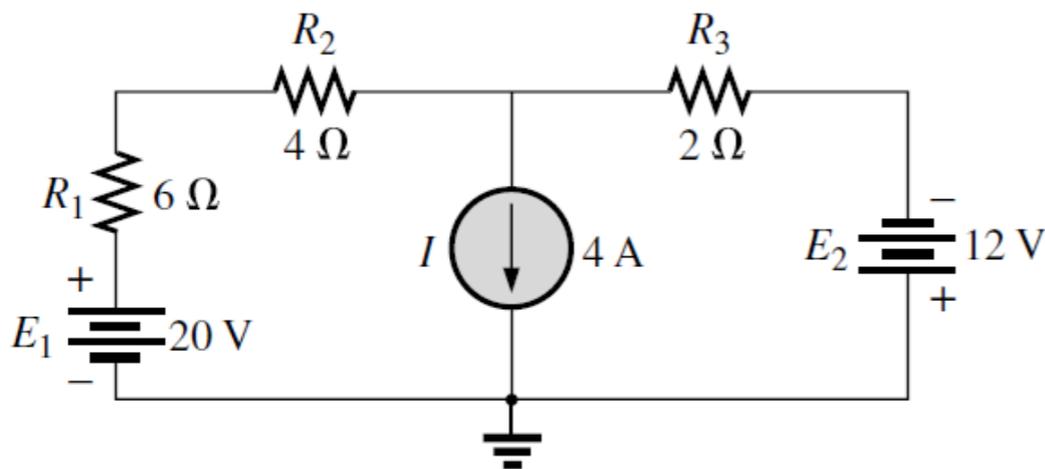


Figura 8.31 Exemplo 8.14.

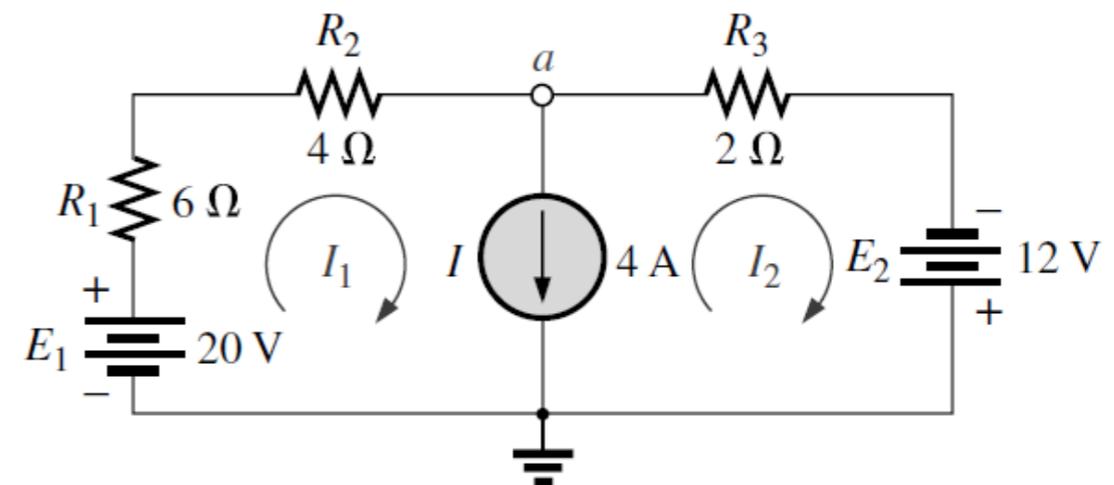


Figura 8.32 Definição das correntes de malha para o circuito da Figura 8.31.

Método das Malhas

Super malhas:

Passo 1 → inserir correntes no sentido horário

Passo 2 → identificar as polaridades das tensões nos resistores

Passo 3 → abrir as fontes de corrente

Passo 3 → LKT nas malhas

$$-20 + 6 \cdot I_1 + 4 \cdot I_1 + 2 \cdot I_2 - 12 = 0 \rightarrow 10 \cdot I_1 + 2 \cdot I_2 = 32$$

$$+I_1 - I - I_2 = 0 \rightarrow I_1 - I_2 = 4$$

Passo 4 → Resolução do sistema

$$10 \cdot I_1 + 2 \cdot I_2 = 32$$

$$I_1 - I_2 = 4$$

Solução:

$$I_1 = 3,33 A$$

$$I_2 = -0,67 A$$

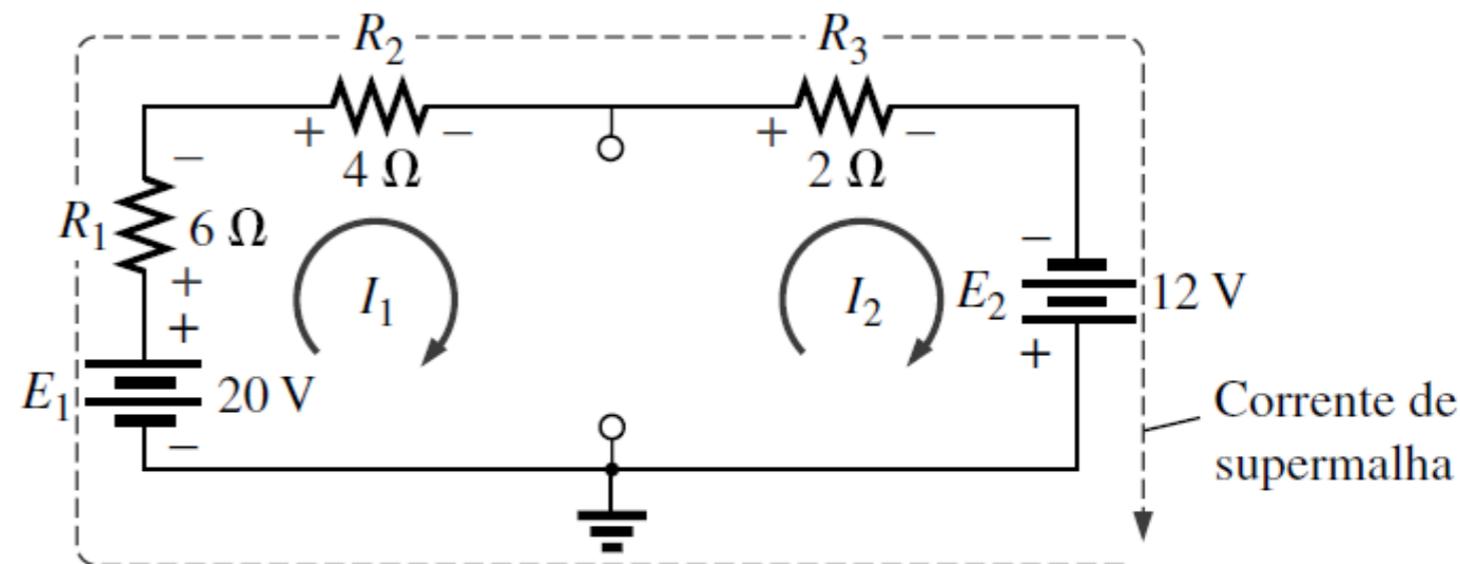


Figura 8.33 Definição da corrente de supermalha.

Método das Malhas

Super malhas:

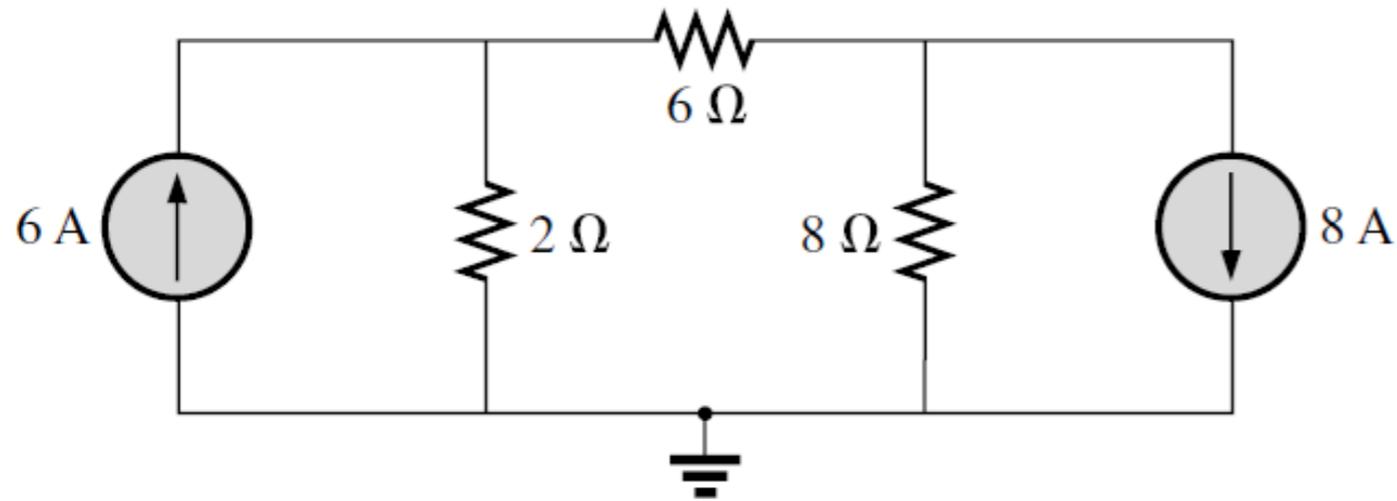


Figura 8.34 Exemplo 8.15.

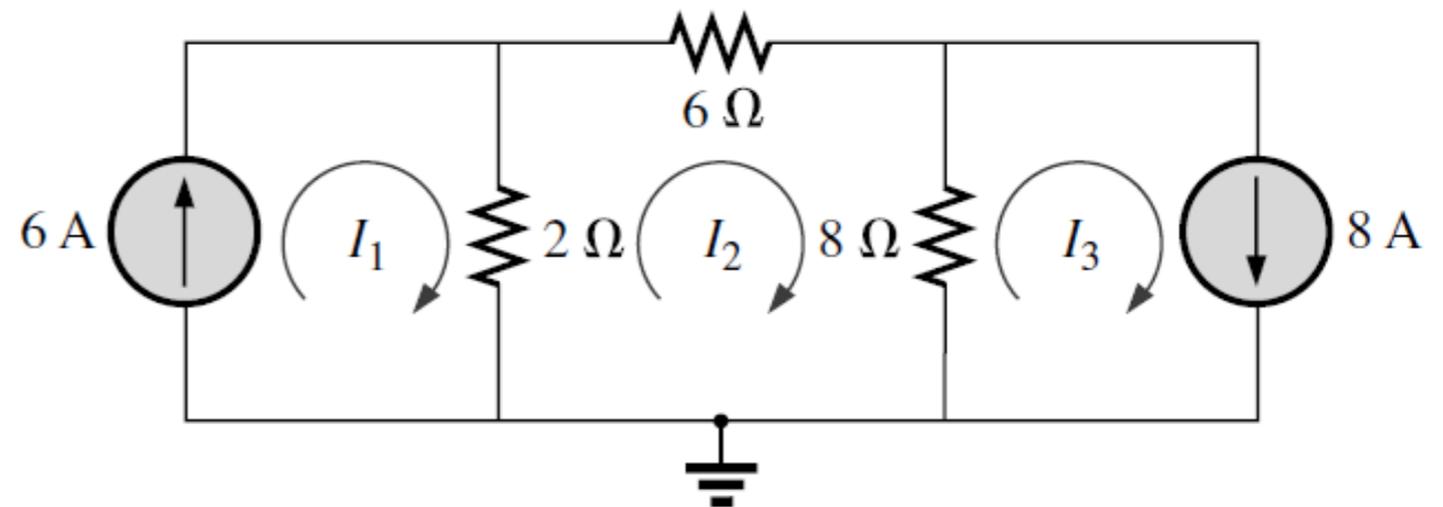


Figura 8.35 Definição das correntes de malha para o circuito da Figura 8.34.

Método das Malhas

Super malhas:

Passo 1 → inserir correntes no sentido horário

Passo 2 → identificar as polaridades das tensões nos resistores

Passo 3 → abrir as fontes de corrente

Passo 3 → LKT nas malhas

$$+2 \cdot I_2 - 2 \cdot I_1 + 6 \cdot I_2 + 8 \cdot I_2 - 8 \cdot I_3 = 0 \rightarrow -2 \cdot I_1 + 16 \cdot I_2 - 8 \cdot I_3 = 0$$

$$I_1 = 6$$

$$I_3 = 8$$

Passo 4 → Resolução do sistema

$$-2 \cdot I_1 + 16 \cdot I_2 - 8 \cdot I_3 = 0 \rightarrow -2 \cdot 6 + 16 \cdot I_2 - 8 \cdot 8 = 0$$

Solução:

$$I_2 = 4,75 A$$

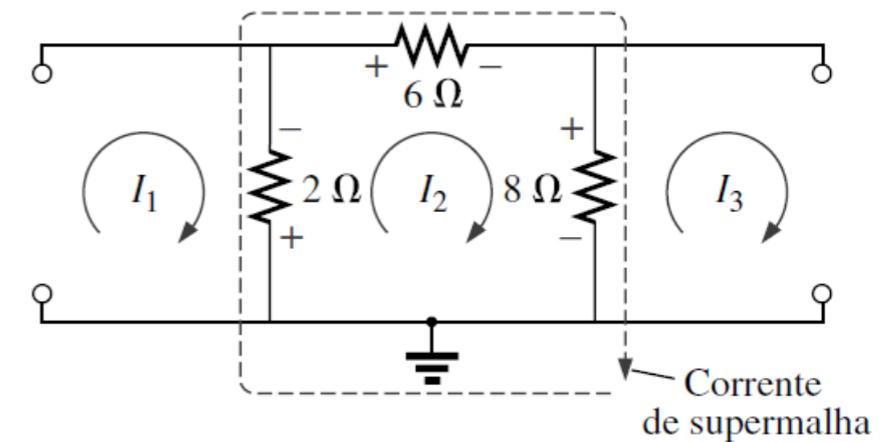


Figura 8.36 Definição da corrente de supermalha para o circuito da Figura 8.34.

Método das Malhas

Abordagem padronizada:

- Para auxiliar na compreensão do procedimento, o circuito dos exemplos anteriores está reproduzido abaixo com as correntes de malha assinaladas.

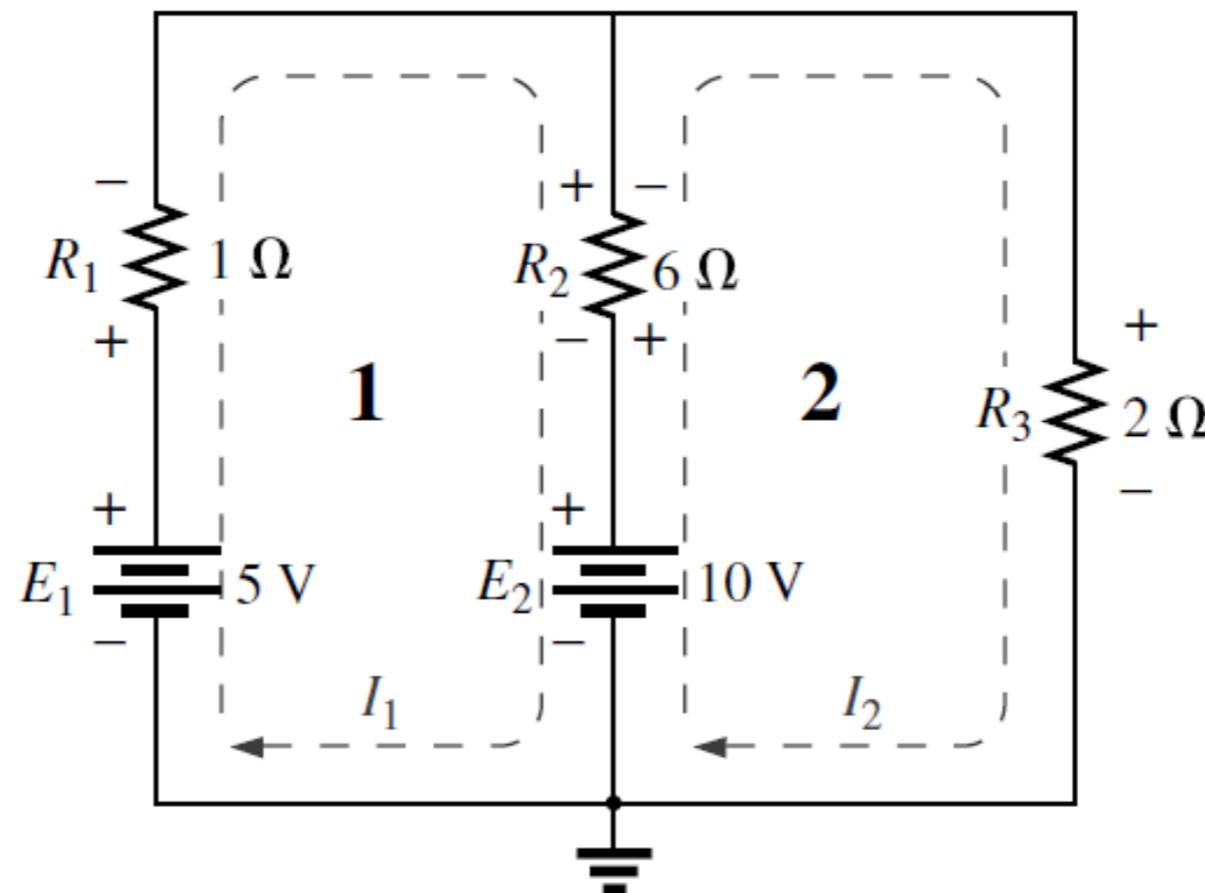


Figura 8.37 Circuito da Figura 8.29 redesenhado com as correntes de ramo assinaladas.

Método das Malhas

Abordagem padronizada:

1. Suponha uma corrente de malha para cada malha independente (como na seção anterior), no sentido horário.
2. O número de equações necessárias é igual ao número de malhas independentes. A coluna 1 de cada equação é formada pela soma dos valores da resistência dos resistores pelos quais a corrente de malha de interesse passa, multiplicada por essa corrente.
3. Agora, temos de considerar os termos comuns, que, como vimos no exemplo anterior, são sempre subtraídos da primeira coluna. Um termo comum é simplesmente qualquer elemento resistivo percorrido por mais de uma corrente de malha. É possível haver mais de um termo comum se a corrente de malha de interesse possuir um elemento em comum com mais de uma corrente de malha. Esse fato será demonstrado mais adiante em um exemplo. Cada termo é o produto da resistência em comum e da outra corrente de malha que passa pelo mesmo elemento.
4. A coluna à direita do sinal de igualdade é a soma algébrica das tensões das fontes de tensão através das quais passa a corrente de malha de interesse. Sinais positivos são associados às fontes de tensão com uma polaridade tal que a corrente de malha passe do terminal negativo para o positivo. Sinais negativos são associados às fontes para as quais o inverso acontece.
5. Solucione as equações simultâneas resultantes para obter as correntes de malha desejadas.

Método das Malhas

Passo 1 → inserir correntes no sentido horário

Passo 2 → identificar as polaridades das tensões nos resistores

Passo 3 → LKT nas malhas

$$-4 + 8 \cdot I_1 + 6 \cdot I_1 + 2 \cdot I_1 - 2 \cdot I_2 = 0 \rightarrow 16 \cdot I_1 - 2 \cdot I_2 = 4$$

$$2 \cdot I_2 - 2 \cdot I_1 + 7 \cdot I_2 + 9 = 0 \rightarrow -2 \cdot I_1 + 9 \cdot I_2 = -9$$

Passo 4 → Resolução do sistema

$$16 \cdot I_1 - 2 \cdot I_2 = 4$$

$$-2 \cdot I_1 + 9 \cdot I_2 = -9$$

Solução:

$$I_1 = 0,13 A$$

$$I_2 = -0,97 A$$

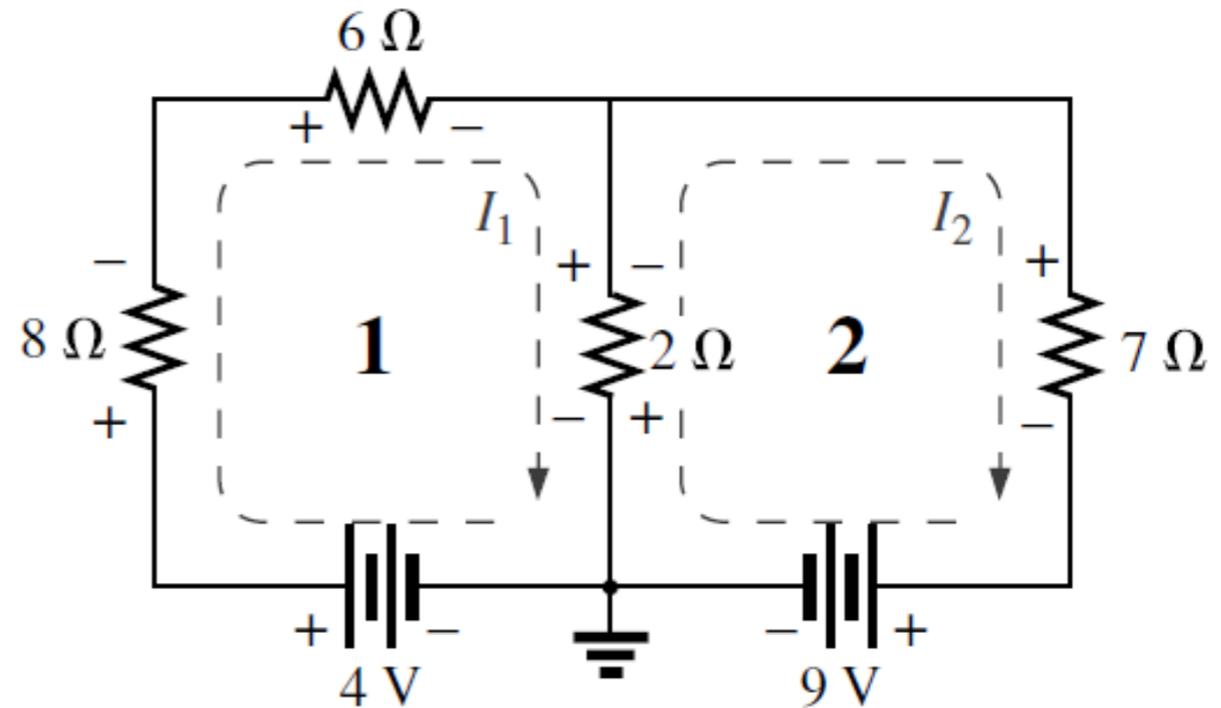


Figura 8.38 Exemplo 8.16.

Método das Malhas

Passo 3 → LKT nas malhas

$$-2 + 1 \cdot I_1 + 4 + 1 \cdot I_1 - 1 \cdot I_2 = 0 \rightarrow 2 \cdot I_1 - I_2 = -2$$

$$+1 \cdot I_2 - 1 \cdot I_1 - 4 + 2 \cdot I_2 + 3 \cdot I_2 - 3 \cdot I_3 = 0 \rightarrow -I_1 + 6 \cdot I_2 - 3 \cdot I_3 = 4$$

$$3 \cdot I_3 - 3 \cdot I_2 - 2 + 4 \cdot I_3 = 0 \rightarrow -3 \cdot I_2 + 7 \cdot I_3 = 2$$

Passo 4 → Resolução do sistema

$$2 \cdot I_1 - I_2 = -2$$

$$-I_1 + 6 \cdot I_2 - 3 \cdot I_3 = 4$$

$$-3 \cdot I_2 + 7 \cdot I_3 = 2$$

Solução:

$$I_1 = -0,54 A$$

$$I_2 = 0,92 A$$

$$I_3 = 0,68 A$$

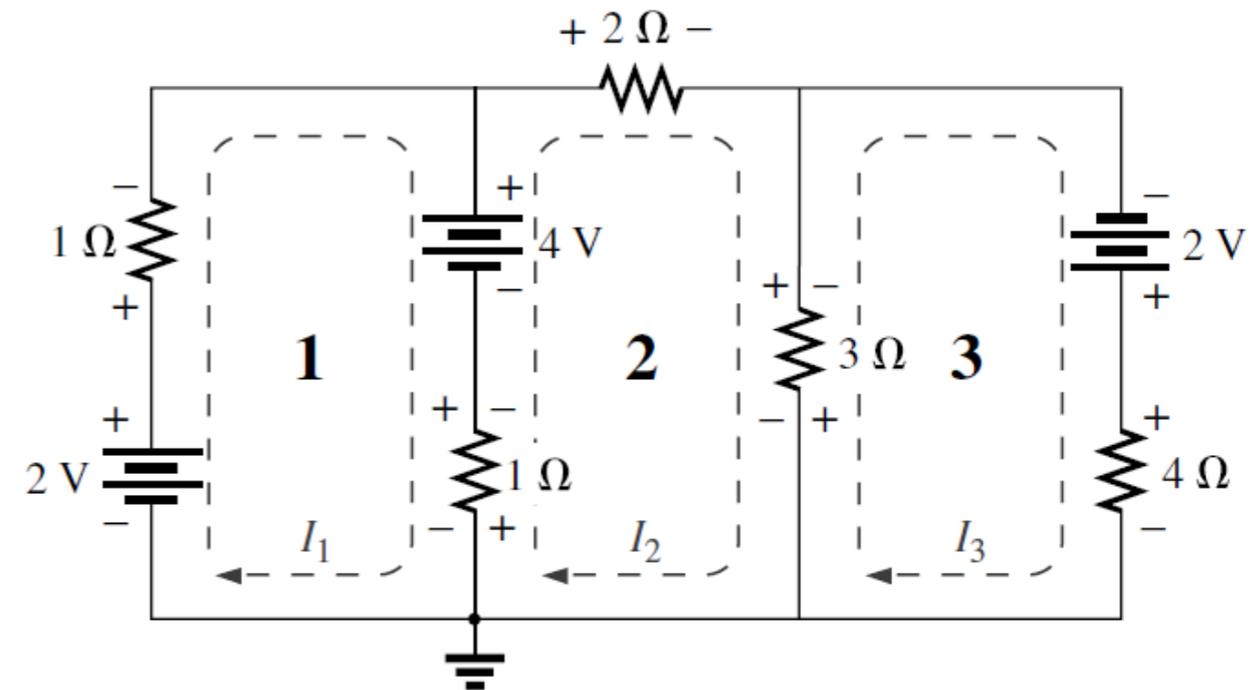


Figura 8.39 Exemplo 8.17.

Método das Malhas

Passo 3 → LKT nas malhas

$$-15 + 8 \cdot I_1 - 8 \cdot I_3 + 3 \cdot I_1 - 3 \cdot I_2 = 0 \rightarrow 11 \cdot I_1 - 3 \cdot I_2 - 8 \cdot I_3 = 15$$

$$+3 \cdot I_2 - 3 \cdot I_1 + 5 \cdot I_2 - 5 \cdot I_3 + 2 \cdot I_2 = 0 \rightarrow -3 \cdot I_1 + 10 \cdot I_2 - 5 \cdot I_3 = 0$$

$$+10 \cdot I_3 + 5 \cdot I_3 - 5 \cdot I_2 + 8 \cdot I_3 - 8 \cdot I_1 = 0 \rightarrow -8 \cdot I_1 - 5 \cdot I_2 + 23 \cdot I_3 = 0$$

Passo 4 → Resolução do sistema

$$11 \cdot I_1 - 3 \cdot I_2 - 8 \cdot I_3 = 15$$

$$-3 \cdot I_1 + 10 \cdot I_2 - 5 \cdot I_3 = 0$$

$$-8 \cdot I_1 - 5 \cdot I_2 + 23 \cdot I_3 = 0$$

Solução:

$$I_1 = 2,63 A$$

$$I_2 = 1,4 A$$

$$I_3 = 1,22 A$$

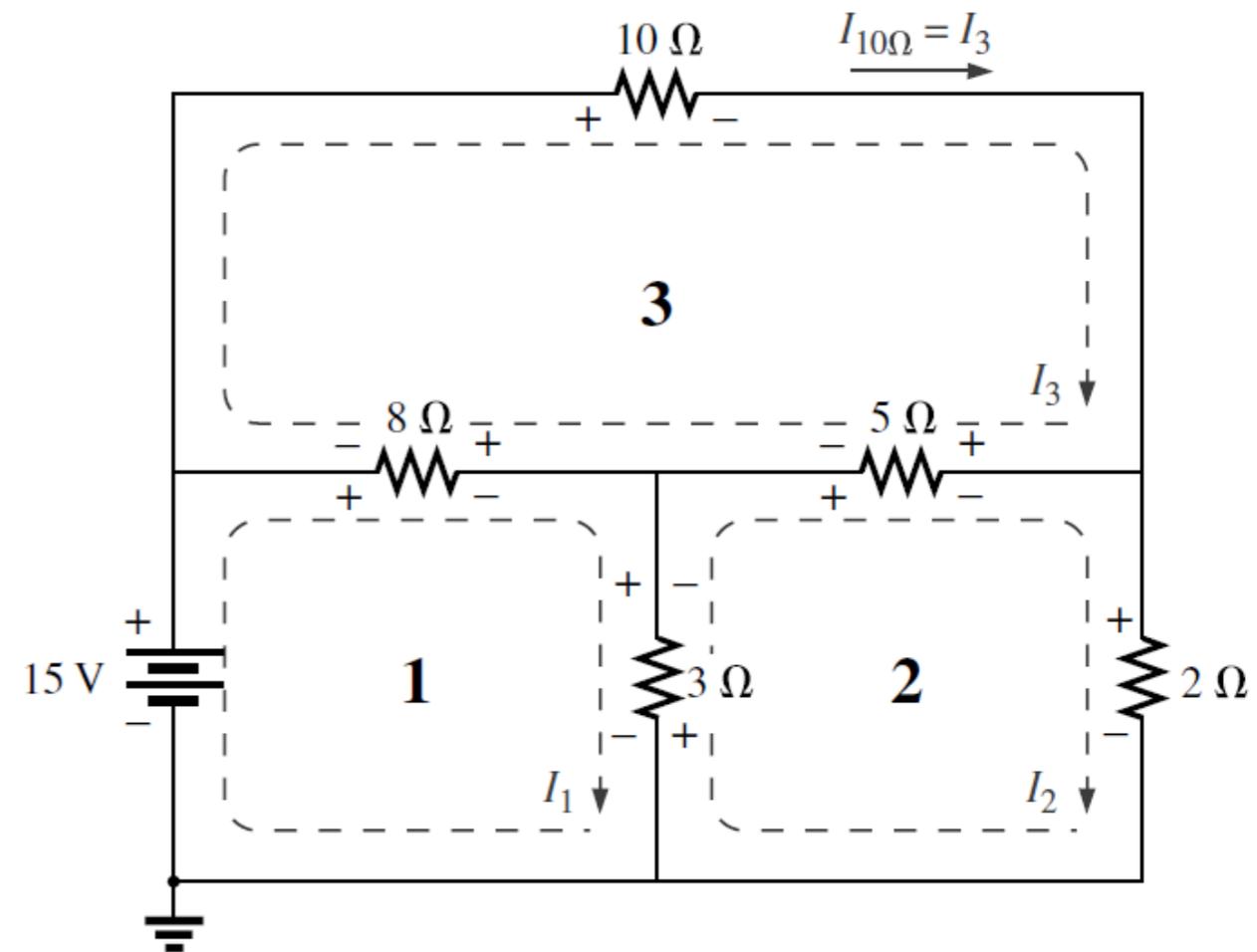


Figura 8.40 Exemplo 8.18.

Método dos Nós

Análise nodal:

- Os métodos introduzidos até o momento serviram para calcular as correntes do circuito.
- Agora, voltaremos a atenção para o método dos nós, método que fornece as tensões nodais de um circuito, isto é, a tensão dos vários nós (pontos de junção) do circuito com o terra.
- O método se desenvolve através da lei de Kirchhoff para correntes de maneira bastante semelhante à qual a lei de Kirchhoff para tensões foi usada para o método das malhas.
- O número de nós para os quais a tensão tem de ser determinada usando o método dos nós é 1 a menos que o número total de nós.
- O número de equações exigidas para solucionar para todas as tensões nodais de um circuito é 1 a menos que o número total de nós independentes.

Método dos Nós

Análise nodal:

1. Determine o número de nós no circuito.
2. Escolha um nó de referência e rotule cada nó restante com um valor subscrito de tensão: V_1 , V_2 , e assim por diante.
3. Aplique a lei de Kirchhoff para correntes a todos os nós, exceto o de referência. Suponha que todas as correntes desconhecidas saiam do nó cada vez que a lei de Kirchhoff para as correntes for aplicada a cada nó. Em outras palavras, não se deixe influenciar pelo sentido que uma corrente desconhecida possa ter tido em outro nó. Cada nó deve ser tratado como uma entidade isolada, independentemente da aplicação da lei de Kirchhoff para a corrente a outros nós.
4. Resolva as equações resultantes para obter as tensões dos nós.

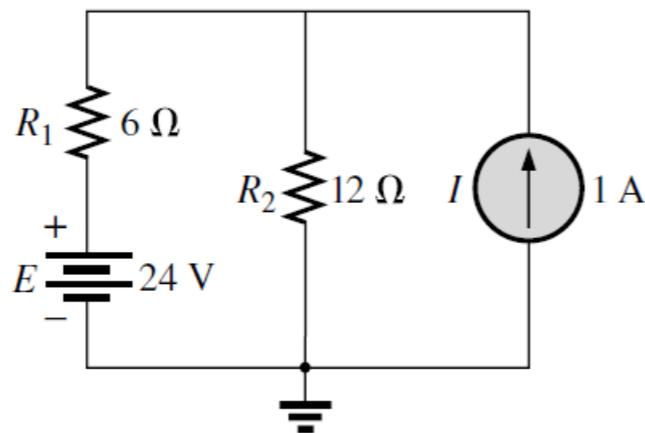


Figura 8.43 Exemplo 8.19.

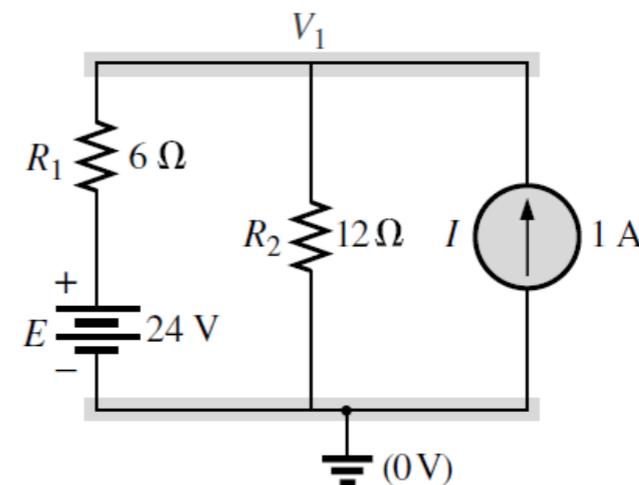


Figura 8.44 Circuito da Figura 8.43 com os nós assinalados.

Método dos Nós

Passo 1 → determinar o número de nós do circuito

Passo 2 → identificar os nós do circuito

Passo 3 → LKC nos nós

$$+I - I_1 - I_2 = 0 \rightarrow I_1 + I_2 = 1$$

$$I_2 = \frac{V_{R2}}{R_2} = \frac{V_1}{R_2}$$

$$I_1 = \frac{V_{R1}}{R_1} = \frac{V_1 - E}{R_1}$$

Passo 4 → Resolução do sistema

$$I_1 + I_2 = 1 \rightarrow \frac{V_1 - E}{R_1} + \frac{V_1}{R_2} = 1$$

Solução:

$$V_1 = 20V$$

Os nós conectados nas fontes de tensão já possuem sua tensão definida, não necessitando identificação.

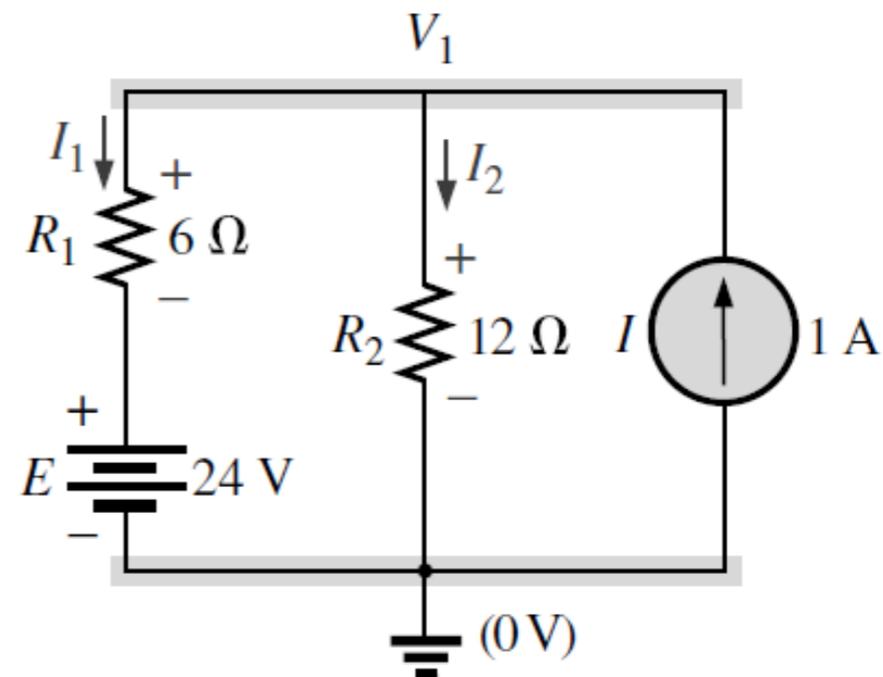


Figura 8.45 Aplicação da lei de Kirchhoff para correntes ao nó V_1 .

Método dos Nós

Passo 1 → determinar o número de nós do circuito

Passo 2 → identificar os nós do circuito

Passo 3 → LKC nos nós

$$+I - I_1 - I_2 = 0 \rightarrow I_1 + I_2 = 1$$

$$I_2 = \frac{V_{R2}}{R_2} = \frac{V_1}{R_2}$$

$$I_1 = \frac{V_{R1}}{R_1} = \frac{V_1 - E}{R_1}$$

Passo 4 → Resolução do sistema

$$I_1 + I_2 = 1 \rightarrow \frac{V_1 - E}{R_1} + \frac{V_1}{R_2} = 1$$

Solução:

$$V_1 = 20V$$

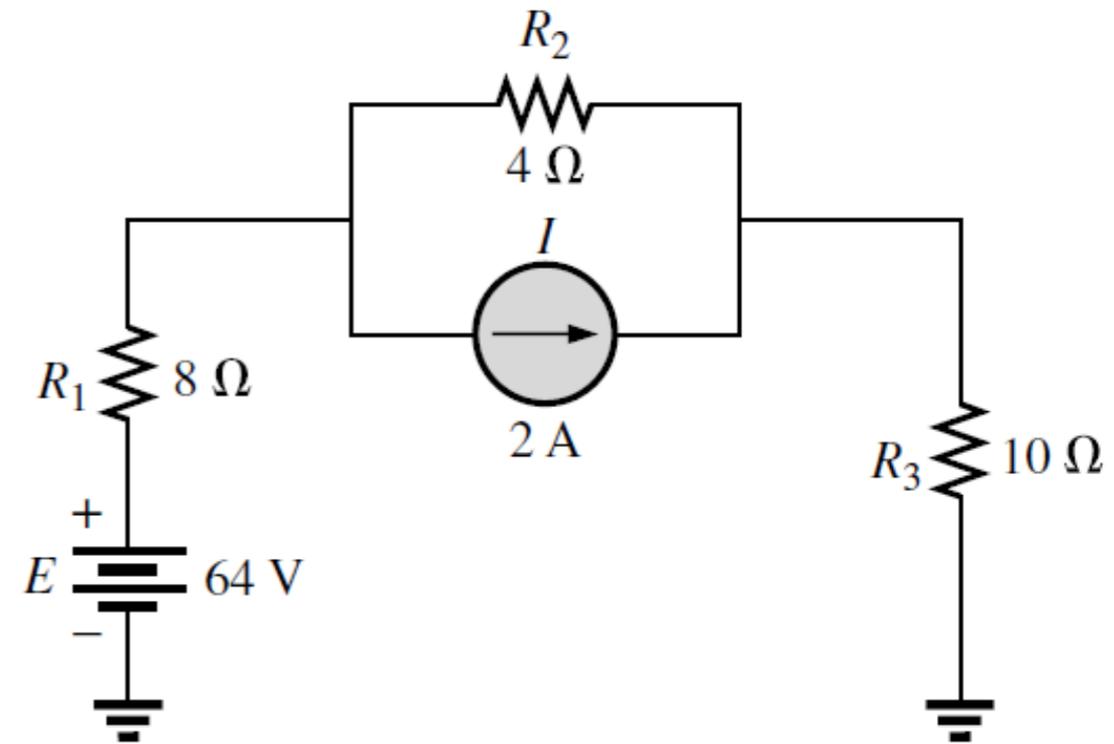


Figura 8.46 Exemplo 8.20.

Método dos Nós

Passo 1 → determinar o número de nós do circuito

Passo 2 → identificar os nós do circuito

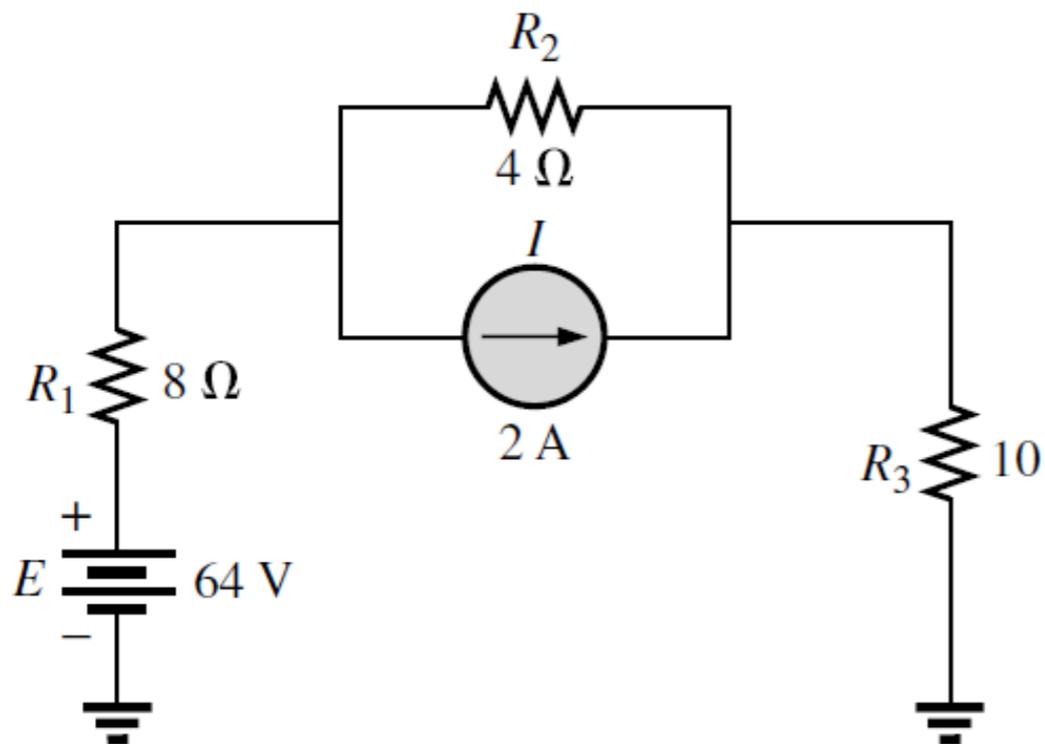


Figura 8.46 Exemplo 8.20.

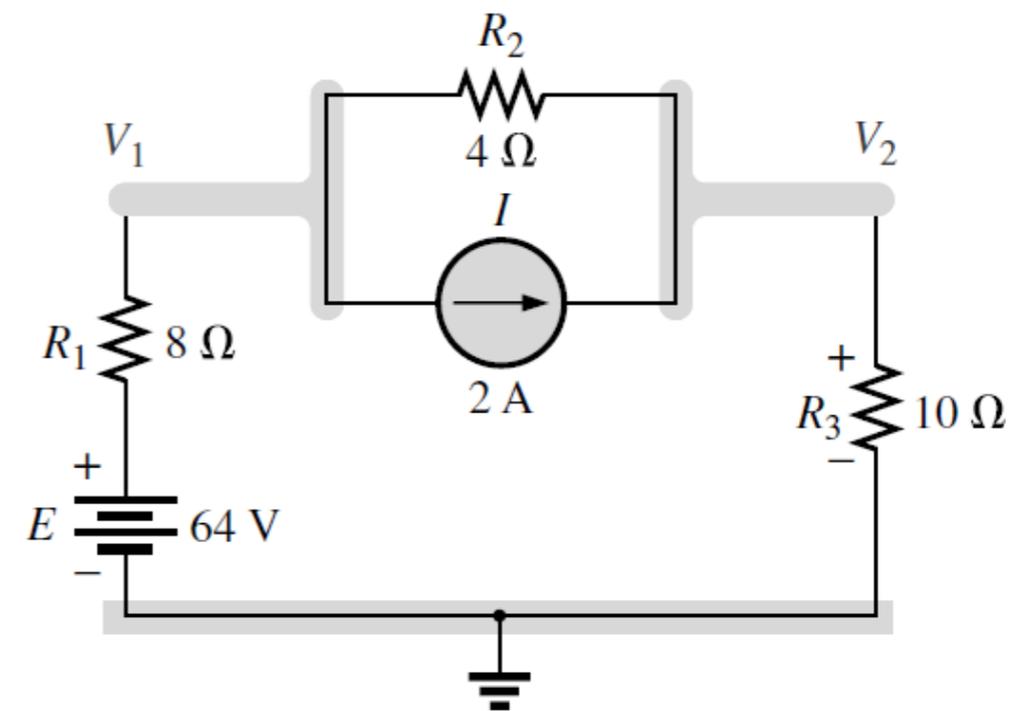


Figura 8.47 Definição dos nós para o circuito na Figura 8.46.

Método dos Nós

Passo 3 → LKC nos nós → Nó V_1

$$-I - I_1 - I_2 = 0 \rightarrow -I_1 - I_2 = 2$$

$$I_1 = \frac{V_{R1}}{R_1} = \frac{V_1 - E}{R_1}$$

$$I_2 = \frac{V_{R2}}{R_2} = \frac{V_1 - V_2}{R_2}$$

$$-I_1 - I_2 = 2 \rightarrow -\frac{V_1 - E}{R_1} - \frac{V_1 - V_2}{R_2} = 2$$

$$-\frac{V_1 - 64}{8} - \frac{V_1 - V_2}{4} = 2$$

$$-\frac{12 \cdot V_1}{32} + \frac{V_2}{4} = -6$$

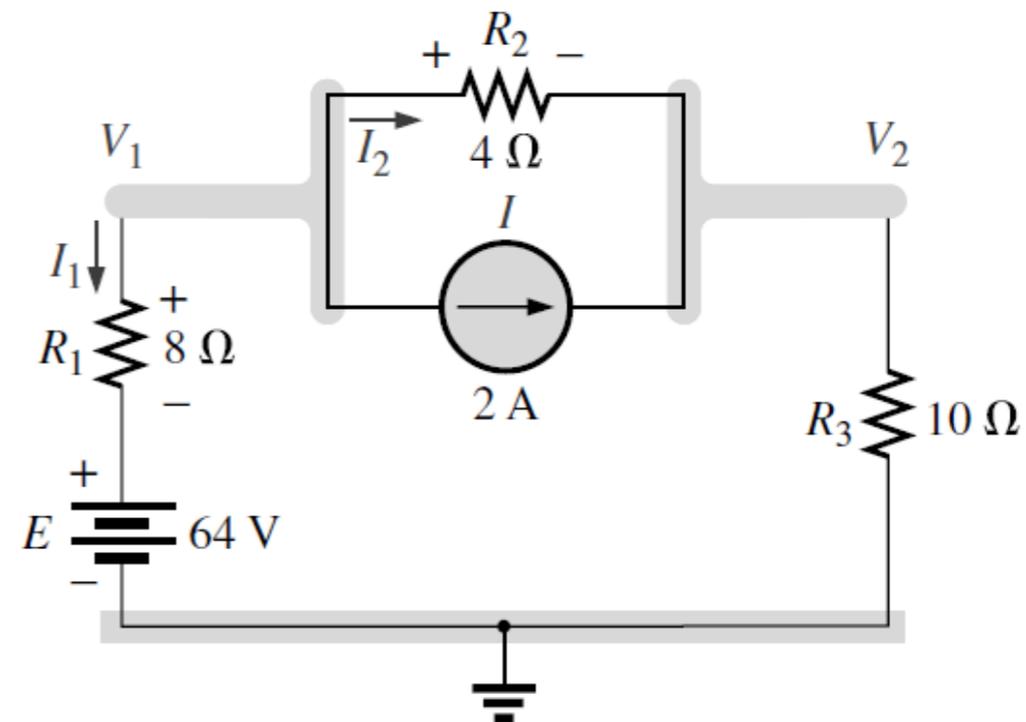


Figura 8.48 Aplicação da lei de Kirchhoff para correntes ao nó V_1 .

Método dos Nós

Passo 3 → LKC nos nós → Nó V_2

$$+I - I_2 - I_3 = 0 \rightarrow I_2 + I_3 = 2$$

$$I_2 = \frac{V_{R2}}{R_2} = \frac{V_2 - V_1}{R_2}$$

$$I_3 = \frac{V_{R3}}{R_3} = \frac{V_2}{R_3}$$

$$I_2 + I_3 = 2 \rightarrow \frac{V_2 - V_1}{R_2} + \frac{V_2}{R_3} = 2$$

$$\frac{V_2 - V_1}{4} + \frac{V_2}{10} = 2$$

$$\frac{-V_1}{4} + \frac{14 \cdot V_2}{40} = 2$$

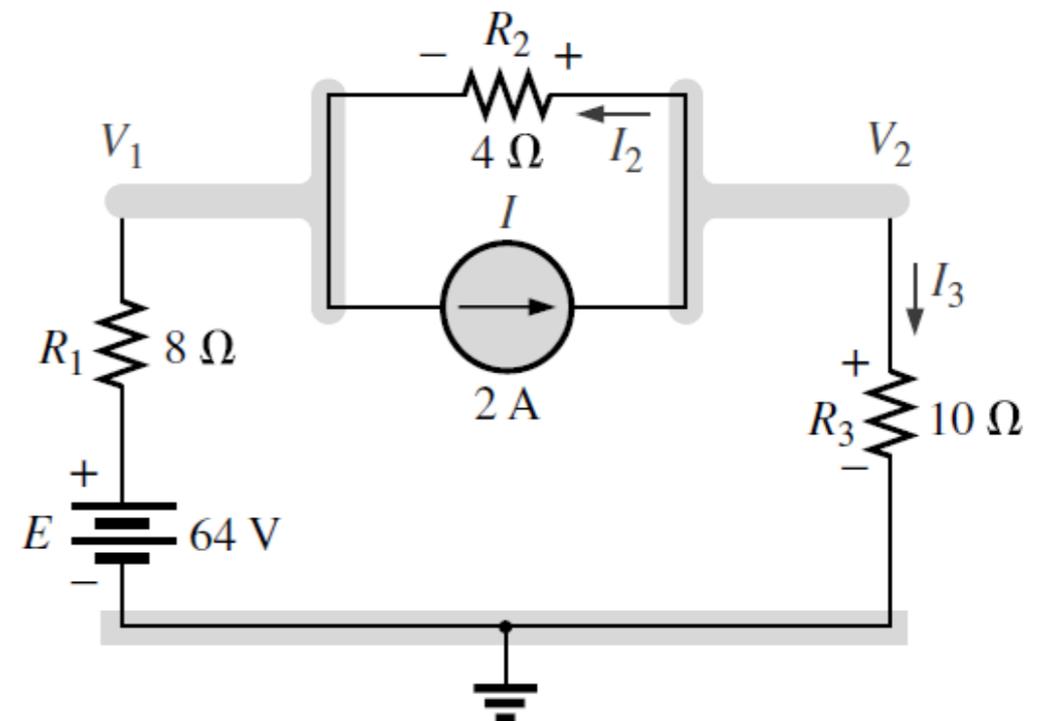


Figura 8.49 Aplicação da lei de Kirchhoff para correntes ao nó V_2 .

Método dos Nós

Passo 4 → Resolução do sistema

$$-\frac{12 \cdot V_1}{32} + \frac{V_2}{4} = -6$$

$$\frac{-V_1}{4} + \frac{14 \cdot V_2}{40} = 2$$

$$-0,375 \cdot V_1 + 0,25 \cdot V_2 = -6$$

$$-0,25 \cdot V_1 + 0,35 \cdot V_2 = 2$$

$$V_1 = 37,82V$$

$$V_2 = 32,73V$$

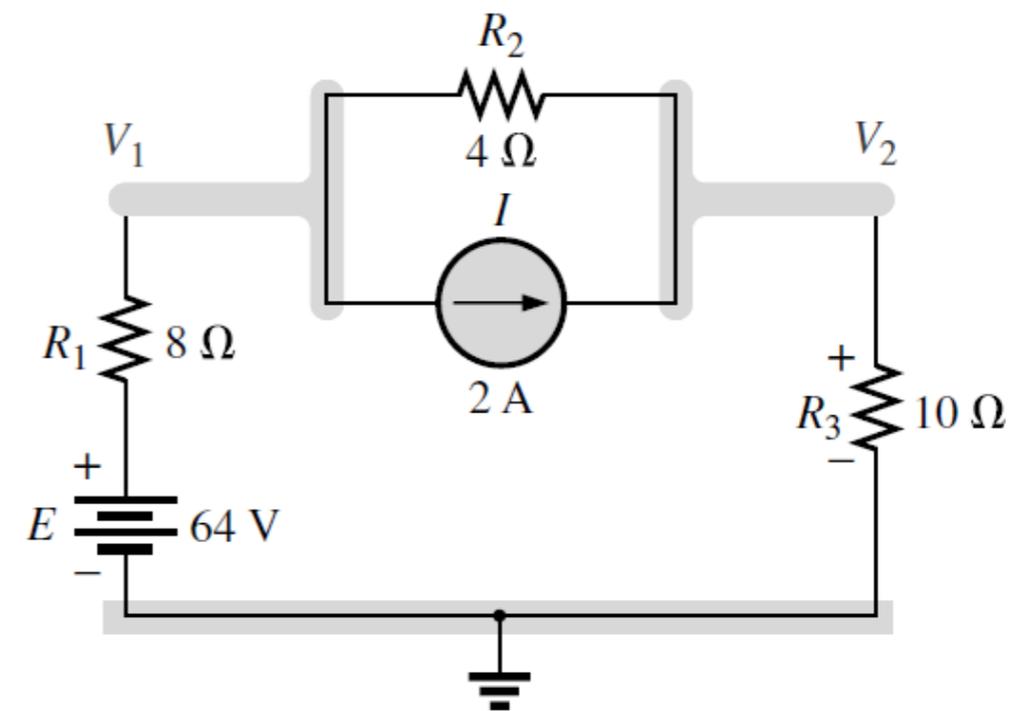


Figura 8.47 Definição dos nós para o circuito na Figura 8.46.

Método dos Nós

Passo 1 → determinar o número de nós do circuito

Passo 2 → identificar os nós do circuito

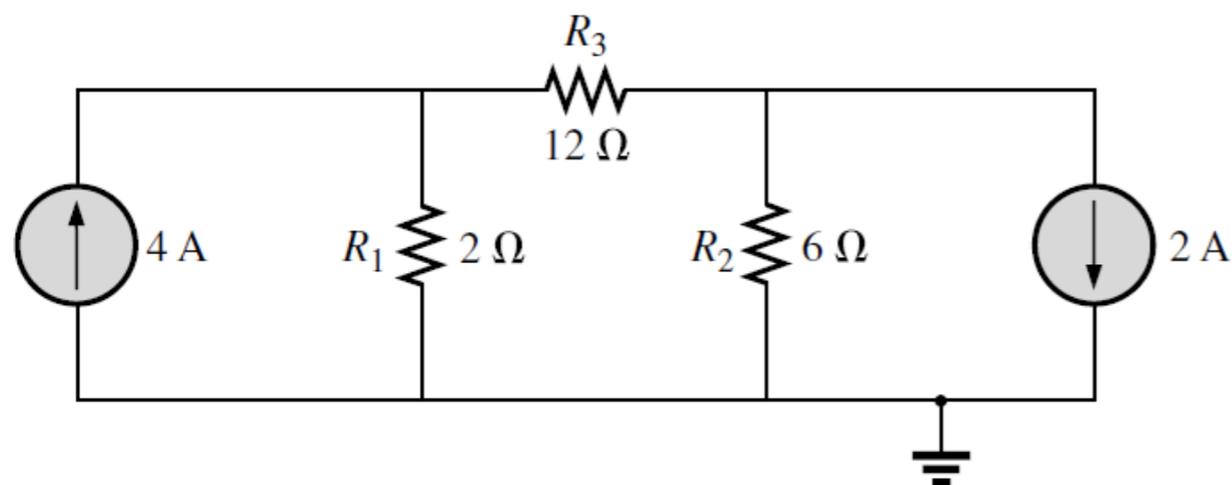


Figura 8.50 Exemplo 8.21.

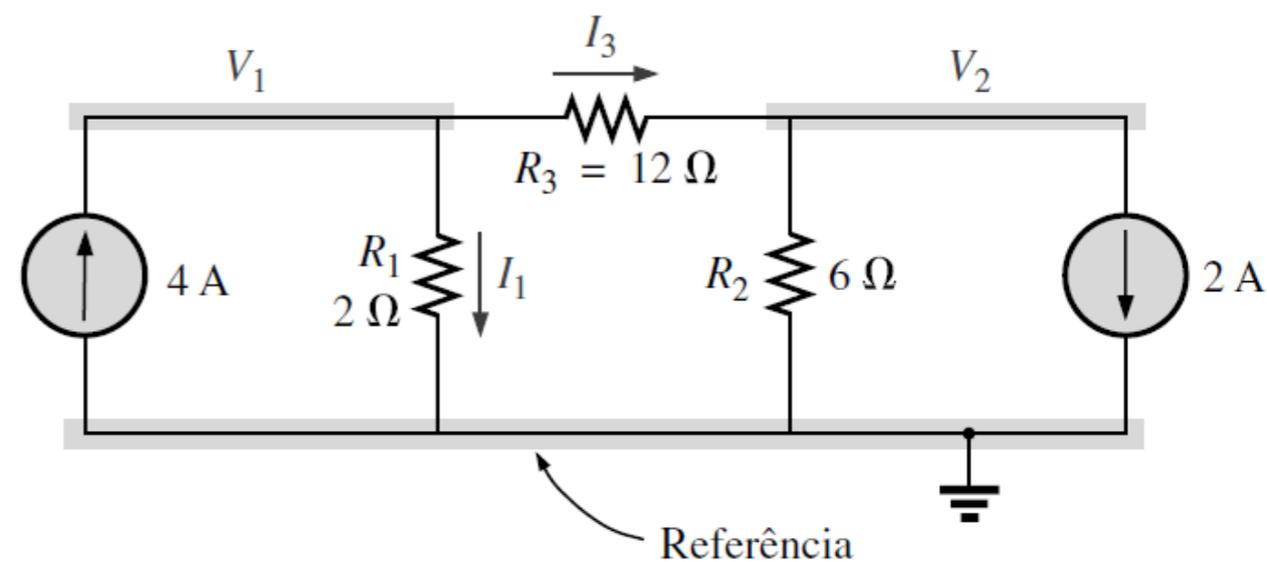


Figura 8.51 Definição dos nós e aplicação da lei de Kirchhoff para correntes ao nó V_1 .

Método dos Nós

Passo 3 → LKC nos nós → Nó V_1

$$I - I_1 - I_3 = 0 \rightarrow I_1 + I_3 = 4$$

$$I_1 = \frac{V_{R1}}{R_1} = \frac{V_1}{R_1}$$

$$I_3 = \frac{V_{R3}}{R_3} = \frac{V_1 - V_2}{R_3}$$

$$I_1 + I_3 = 4 \rightarrow \frac{V_1}{R_1} + \frac{V_1 - V_2}{R_3} = 4$$

$$\frac{V_1}{2} + \frac{V_1 - V_2}{12} = 4$$

$$\frac{7 \cdot V_1}{12} - \frac{V_2}{12} = 4$$

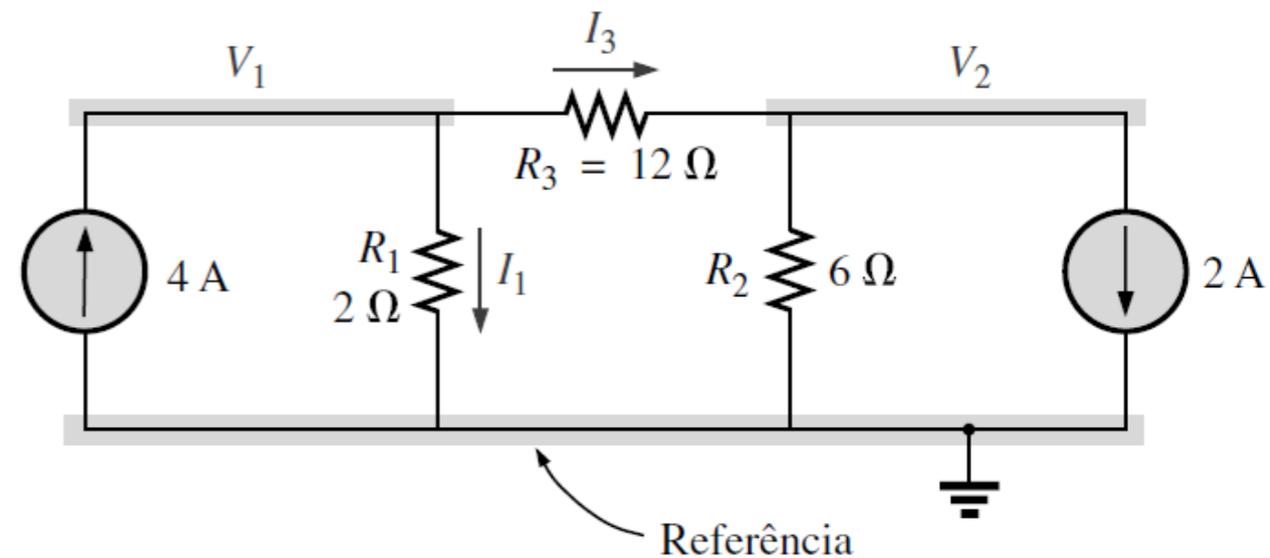


Figura 8.51 Definição dos nós e aplicação da lei de Kirchhoff para correntes ao nó V_1 .

Método dos Nós

Passo 3 → LKC nos nós → Nó V_2

$$-I - I_2 - I_3 = 0 \rightarrow I_2 + I_3 = -2$$

$$I_2 = \frac{V_{R2}}{R_2} = \frac{V_2}{R_2}$$

$$I_3 = \frac{V_{R3}}{R_3} = \frac{V_2 - V_1}{R_3}$$

$$I_2 + I_3 = -2 \rightarrow \frac{V_2}{R_2} + \frac{V_2 - V_1}{R_3} = -2$$

$$\frac{V_2}{6} + \frac{V_2 - V_1}{12} = -2$$

$$\frac{-V_1}{12} + \frac{3 \cdot V_2}{12} = -2$$

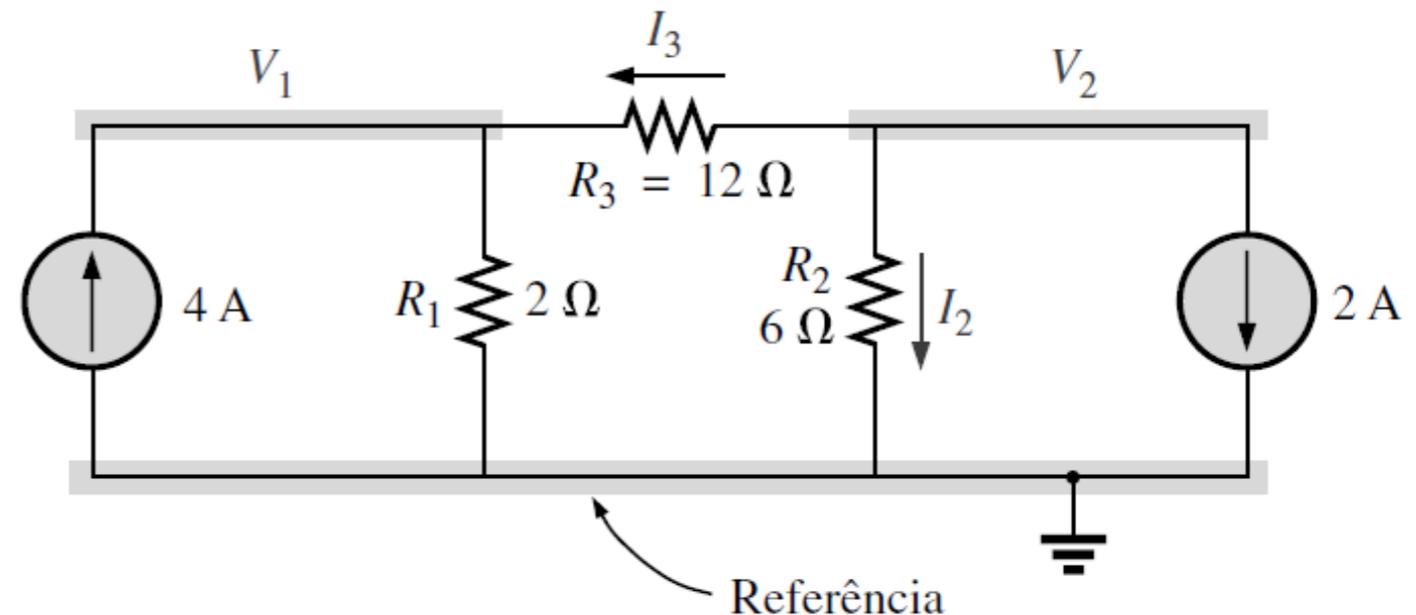


Figura 8.52 Aplicação da lei de Kirchhoff para correntes ao nó V_2 .

Método dos Nós

Passo 4 → Resolução do sistema

$$\frac{7 \cdot V_1}{12} - \frac{V_2}{12} = 4$$

$$\frac{-V_1}{12} + \frac{3 \cdot V_2}{12} = -2$$

$$0,58 \cdot V_1 - 0,08 \cdot V_2 = 4$$

$$-0,08 \cdot V_1 + 0,25 \cdot V_2 = -2$$

$$V_1 = 6V$$

$$V_2 = -6V$$

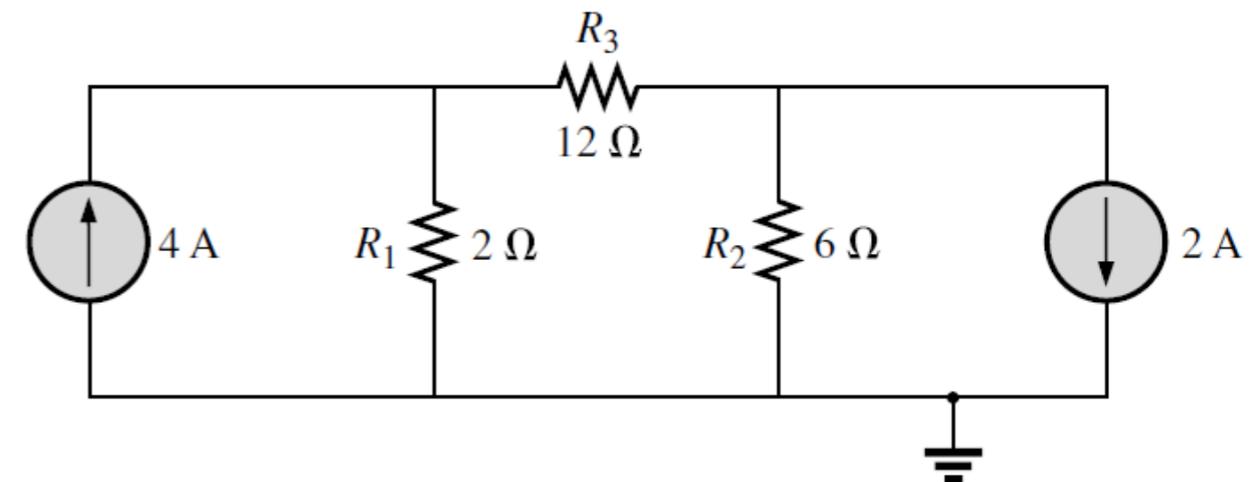


Figura 8.50 Exemplo 8.21.

Método dos Nós

Super nós:

- Ocasionalmente, você pode encontrar fontes de tensão em um circuito que não tem uma resistência interna em série que permitiria uma conversão em uma fonte de corrente.
- Em tais casos, você tem duas opções.
- O método mais simples e direto é colocar um resistor em série com a fonte de um valor muito pequeno comparado com os outros elementos resistivos do circuito.
- O outro método é usar o método do supernó.

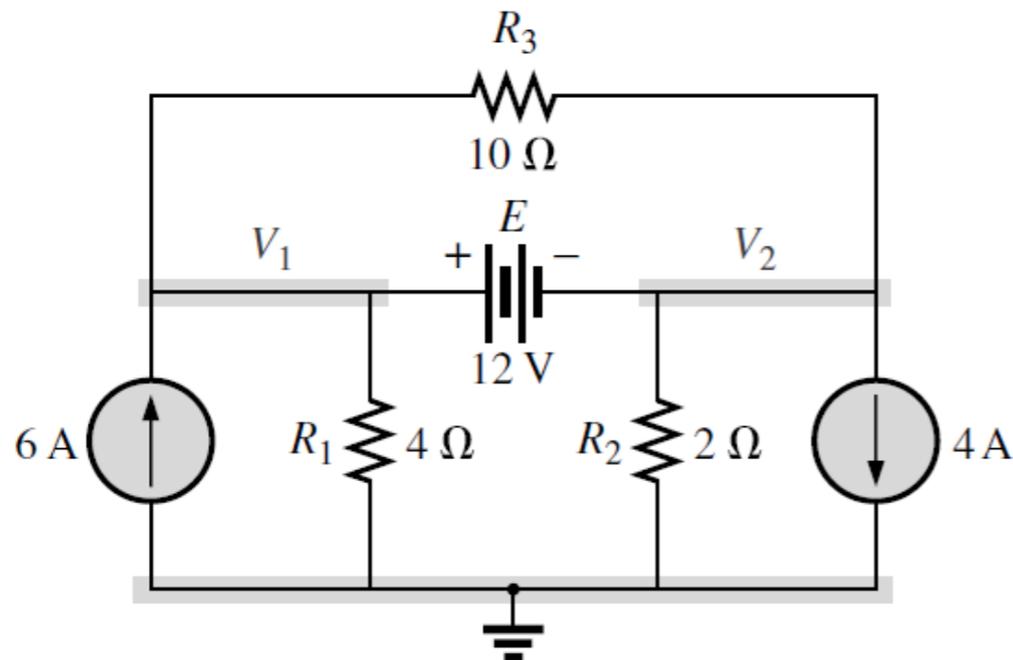


Figura 8.53 Exemplo 8.22.

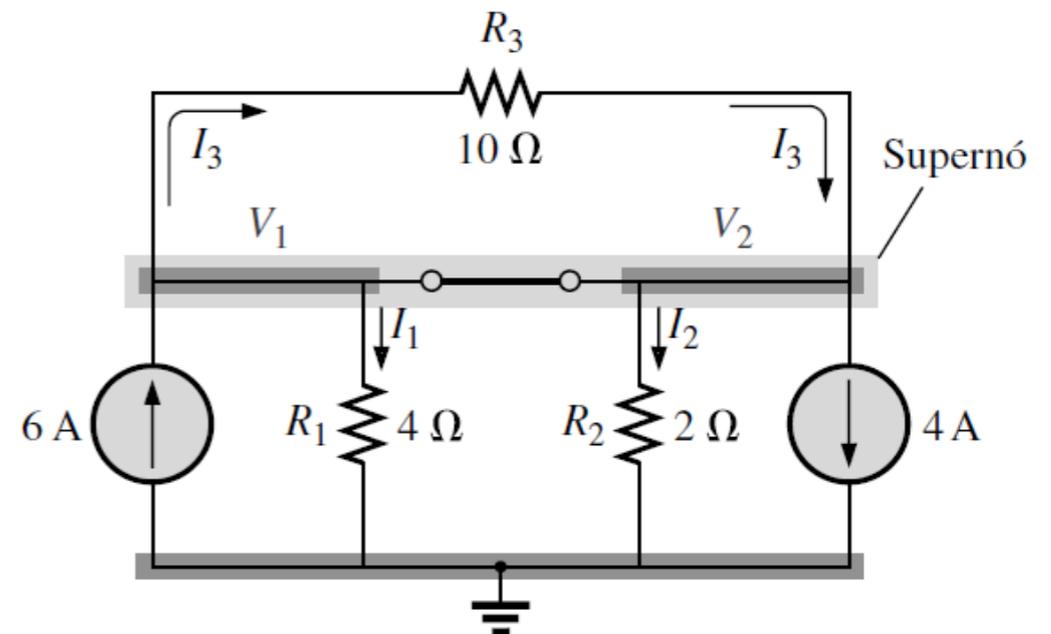


Figura 8.54 Definição do supernó para o circuito da Figura 8.53.

Método dos Nós

Super nós.

Passo 1 → determinar o número de nós do circuito

Passo 2 → identificar os nós do circuito

Passo 3 → curto-circuitar fontes de tensão

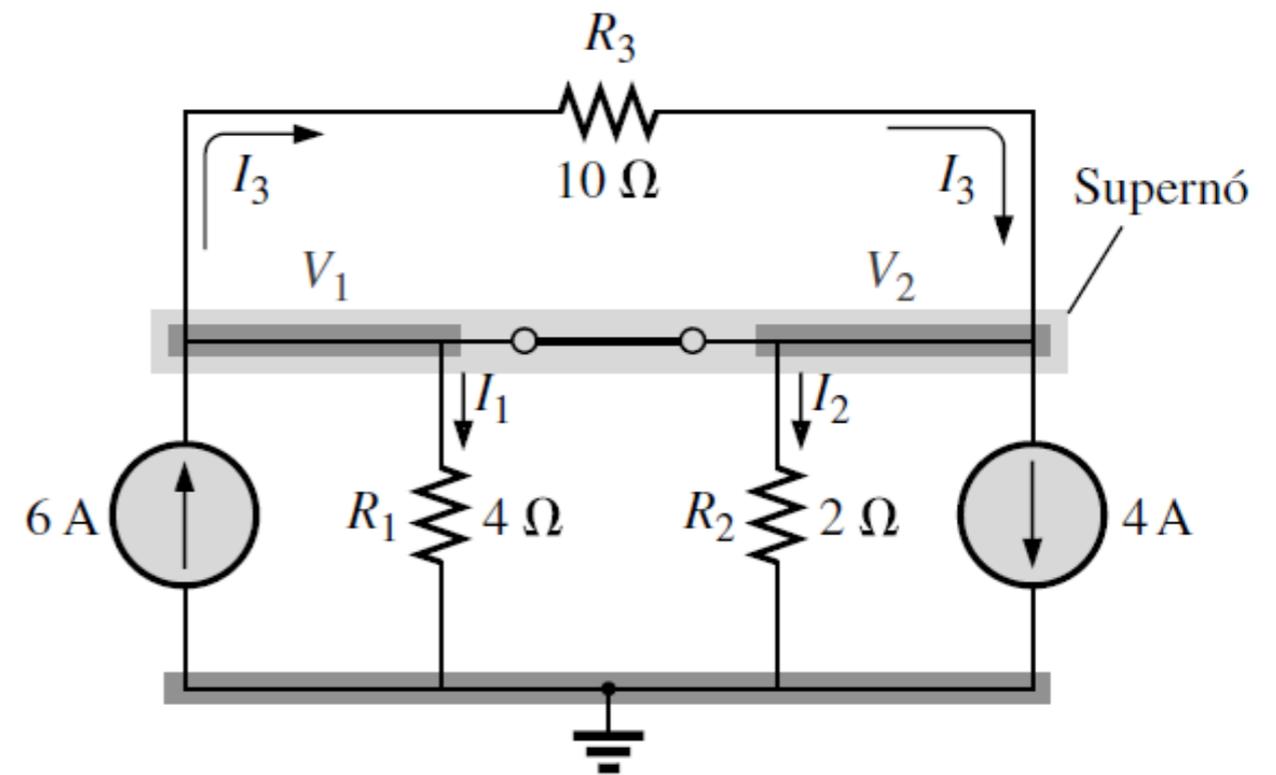


Figura 8.54 Definição do supernó para o circuito da Figura 8.53.

Método dos Nós

Super nós.

Passo 4 \rightarrow LKC nos nós \rightarrow Nos nós V_1 e V_2

$$+6 - I_1 - I_2 - 4 + I_3 - I_3 = 0 \rightarrow I_1 + I_2 = 2$$

$$I_1 = \frac{V_{R1}}{R_1} = \frac{V_1}{R_1}$$

$$I_2 = \frac{V_{R2}}{R_2} = \frac{V_2}{R_3}$$

$$I_1 + I_2 = 2 \rightarrow \frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_3} = 2$$

$$\frac{V_1}{4} + \frac{V_2}{2} = 2$$

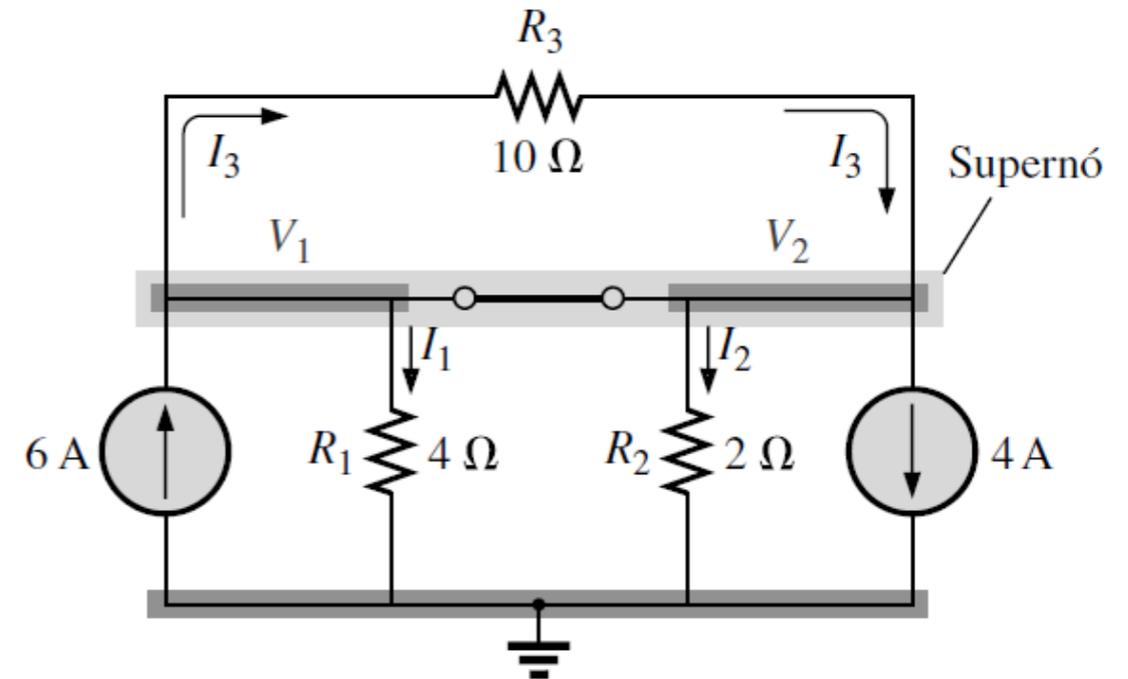


Figura 8.54 Definição do supernó para o circuito da Figura 8.53.

Método dos Nós

Super nós.

Passo 4 → LKT no super nó

$$V_1 - V_2 = E = 12$$

Passo 5 → Resolução do sistema

$$\frac{V_1}{4} + \frac{V_2}{2} = 2$$

$$V_1 - V_2 = 12$$

$$0,25 \cdot V_1 + 0,5 \cdot V_2 = 12$$

$$V_1 - V_2 = 12$$

$$V_1 = 10,67V$$

$$V_2 = -1,33V$$

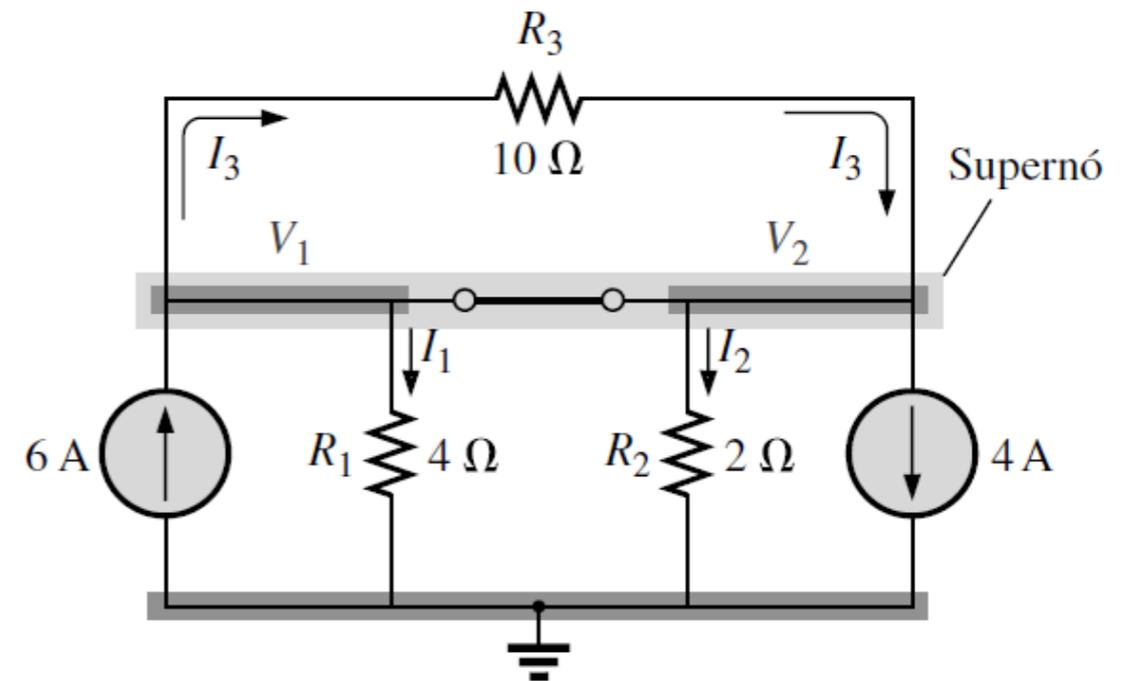


Figura 8.54 Definição do supernó para o circuito da Figura 8.53.

Método dos Nós

Abordagem padronizada para a análise nodal:

1. Escolha um nó de referência e associe um valor de tensão com subscrito aos $(N - 1)$ nós restantes do circuito.
2. O número necessário de equações para a solução é igual ao número das tensões com subscrito definido $(N - 1)$. A coluna 1 de cada equação é formada pela soma das condutâncias ligadas ao nó de interesse, multiplicada pela tensão com subscrito associada ao nó.
3. Agora, temos de considerar os termos comuns que, como vimos no exemplo anterior, são sempre subtraídos da primeira coluna. É possível haver mais de um termo comum se a tensão do nó de interesse possuir um elemento em comum com mais de uma tensão nodal. Esse fato será demonstrado mais adiante em um exemplo. Cada termo em comum é o produto da condutância em comum pela outra tensão nodal associada à mesma condutância.
4. A coluna à direita da igualdade é a soma algébrica das fontes de corrente conectadas ao nó de interesse. Uma fonte de corrente recebe o sinal positivo se fornecer corrente a um nó, e o sinal negativo, se drenar corrente do nó.
5. Resolva as equações simultâneas resultantes para obter as tensões nodais desejadas.

Método dos Nós

Passo 1 → determinar o número de nós do circuito

Passo 2 → identificar os nós do circuito

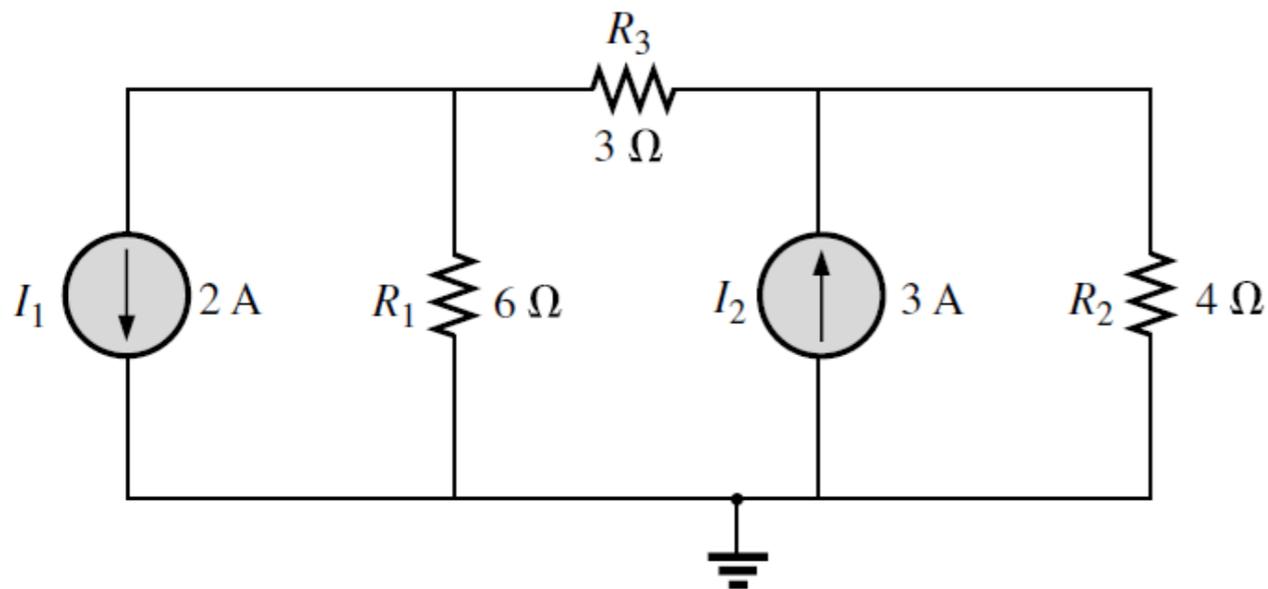


Figura 8.55 Exemplo 8.23.

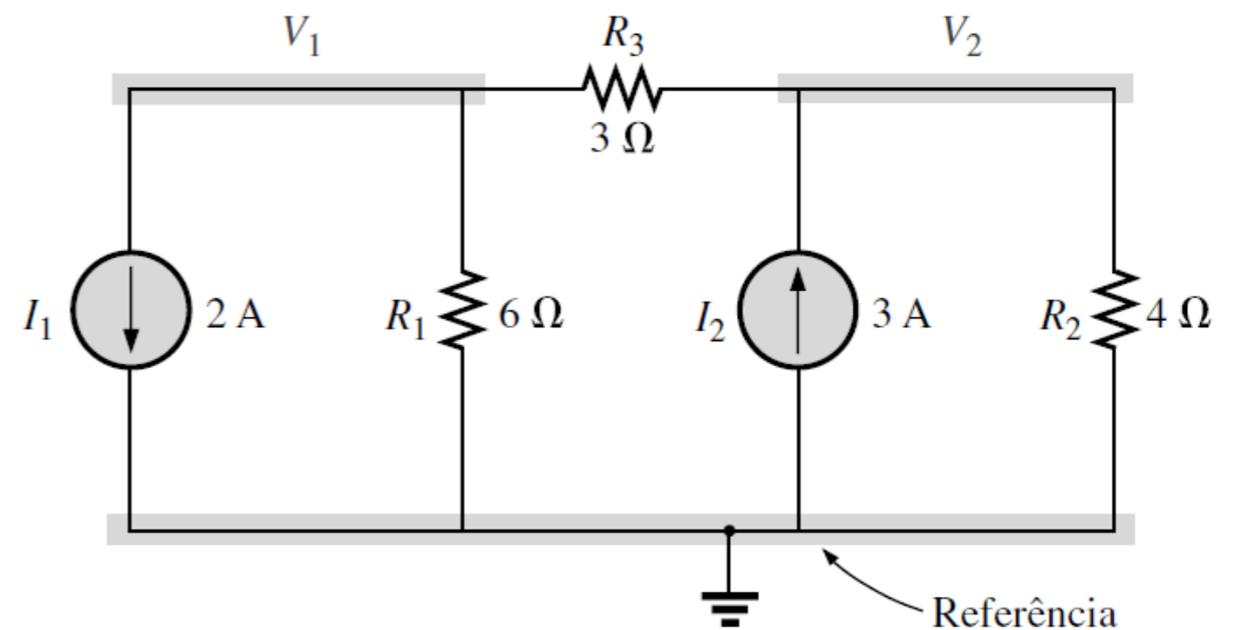


Figura 8.56 Definição dos nós para o circuito da Figura 8.55.

Método dos Nós

Passo 3 → LKC nos nós → Nó V_1

$$-I_1 - I_{R1} - I_{R3} = 0 \rightarrow I_{R1} + I_{R3} = -I_1 = -2$$

$$I_{R1} = \frac{V_{R1}}{R_1} = \frac{V_1}{R_1}$$

$$I_{R3} = \frac{V_{R3}}{R_3} = \frac{V_1 - V_2}{R_3}$$

$$I_{R1} + I_{R3} = I_1 = -2 \rightarrow \frac{V_1}{R_1} + \frac{V_1 - V_2}{R_3} = -2$$

$$\frac{V_1}{6} + \frac{V_1 - V_2}{3} = -2$$

$$\frac{V_1}{2} - \frac{V_2}{3} = -2$$

O método pode ser simplificado escrevendo-se diretamente as equações das tensões, mas isso requer prática.

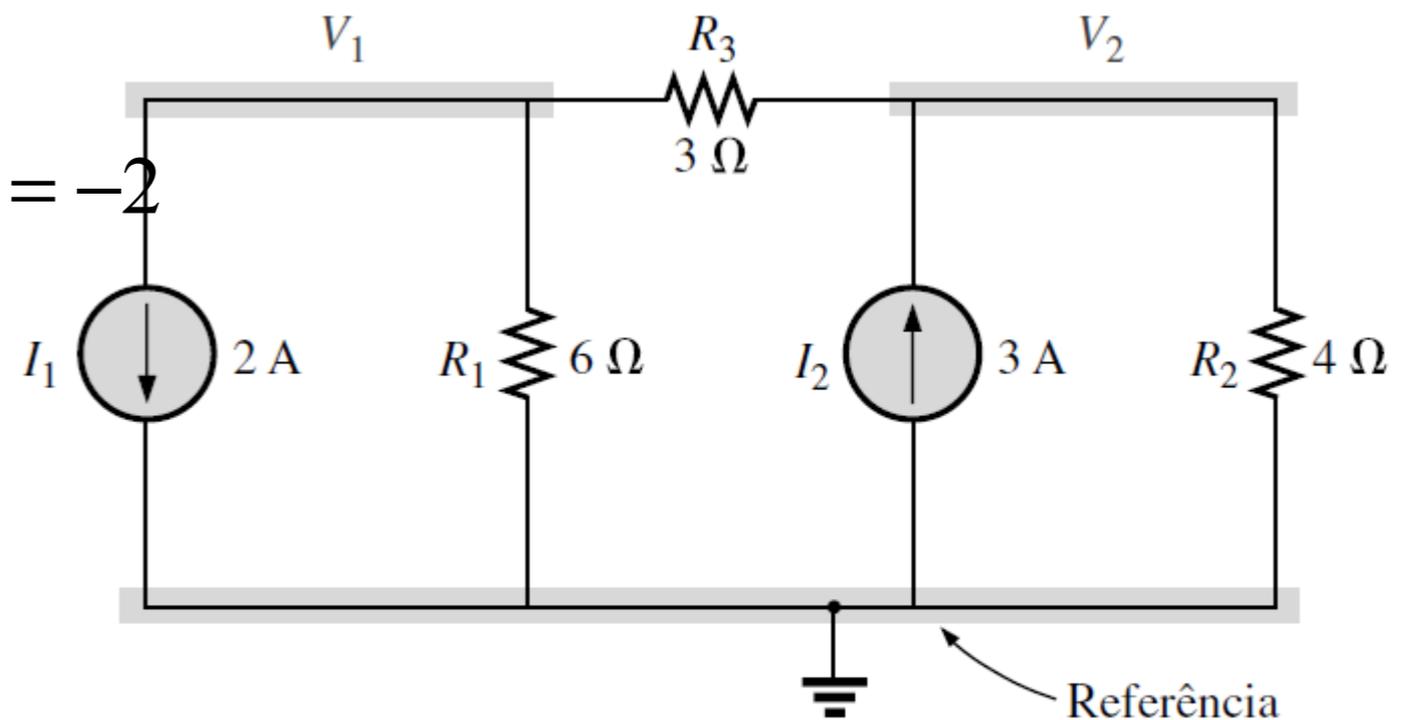


Figura 8.56 Definição dos nós para o circuito da Figura 8.55.

Método dos Nós

Passo 3 → LKC nos nós → Nó V_2

$$+I_2 - I_{R2} - I_{R3} = 0 \rightarrow I_{R2} + I_{R3} = 3$$

$$I_{R2} = \frac{V_{R2}}{R_2} = \frac{V_2}{R_2}$$

$$I_{R3} = \frac{V_{R3}}{R_3} = \frac{V_2 - V_1}{R_3}$$

$$I_{R2} + I_{R3} = 3 \rightarrow \frac{V_2}{R_2} + \frac{V_2 - V_1}{R_3} = 3$$

$$\frac{V_2}{4} + \frac{V_2 - V_1}{3} = 3$$

$$\frac{-V_1}{3} + \frac{7 \cdot V_2}{12} = 3$$

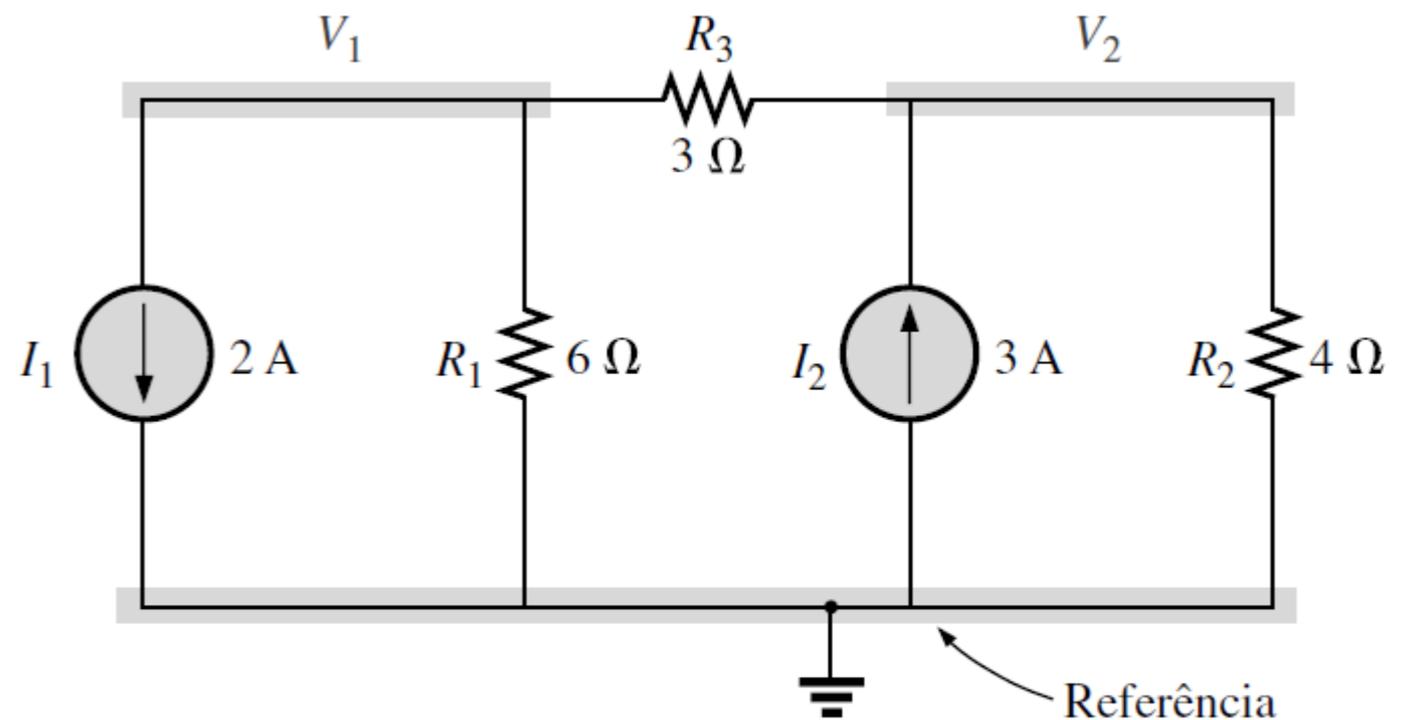


Figura 8.56 Definição dos nós para o circuito da Figura 8.55.

Método dos Nós

Passo 4 → Resolução do sistema

$$\frac{V_1}{2} - \frac{V_2}{3} = -2$$

$$\frac{-V_1}{3} + \frac{7 \cdot V_2}{12} = 3$$

$$0,53 \cdot V_1 - 0,33 \cdot V_2 = -2$$

$$-0,33 \cdot V_1 + 0,583 \cdot V_2 = 3$$

$$V_1 = -0,92V$$

$$V_2 = 4,61V$$

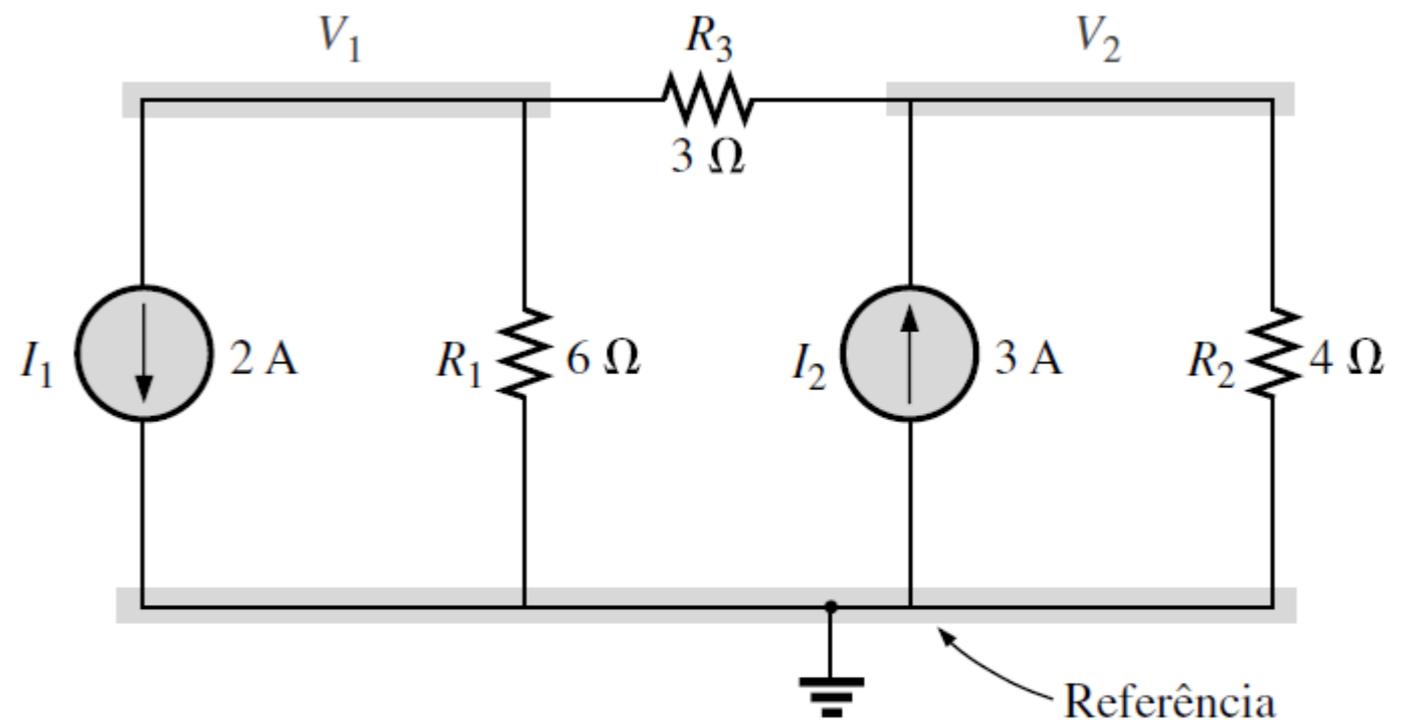
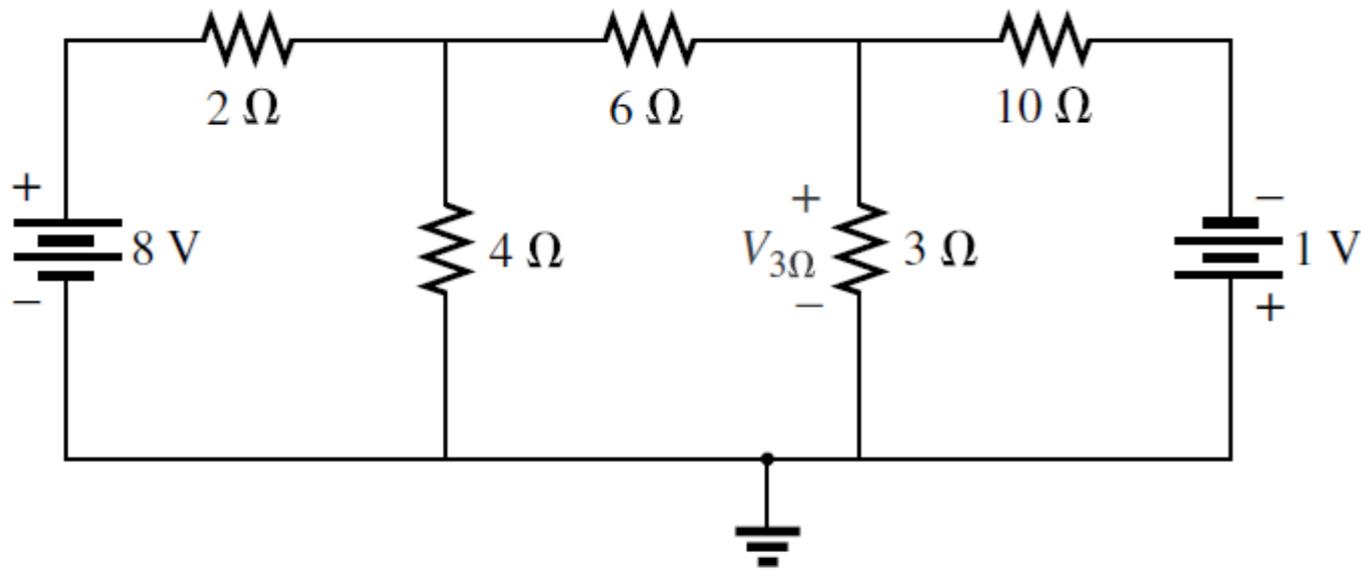


Figura 8.56 Definição dos nós para o circuito da Figura 8.55.

Método dos Nós



Transformação de fontes de tensão em fontes de corrente.

Figura 8.57 Exemplo 8.24.

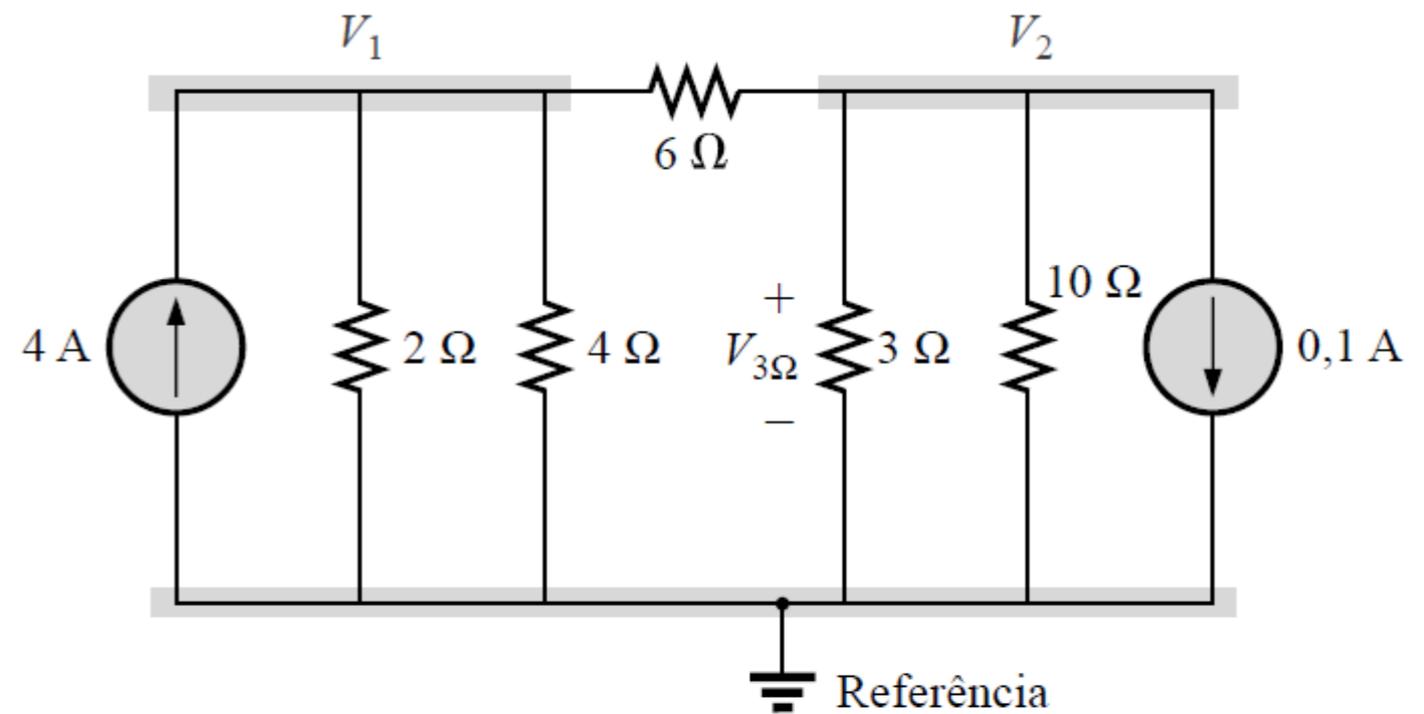


Figura 8.58 Definição dos nós para o circuito da Figura 8.57.

Método dos Nós

Passo 1 → determinar o número de nós do circuito

Passo 2 → identificar os nós do circuito

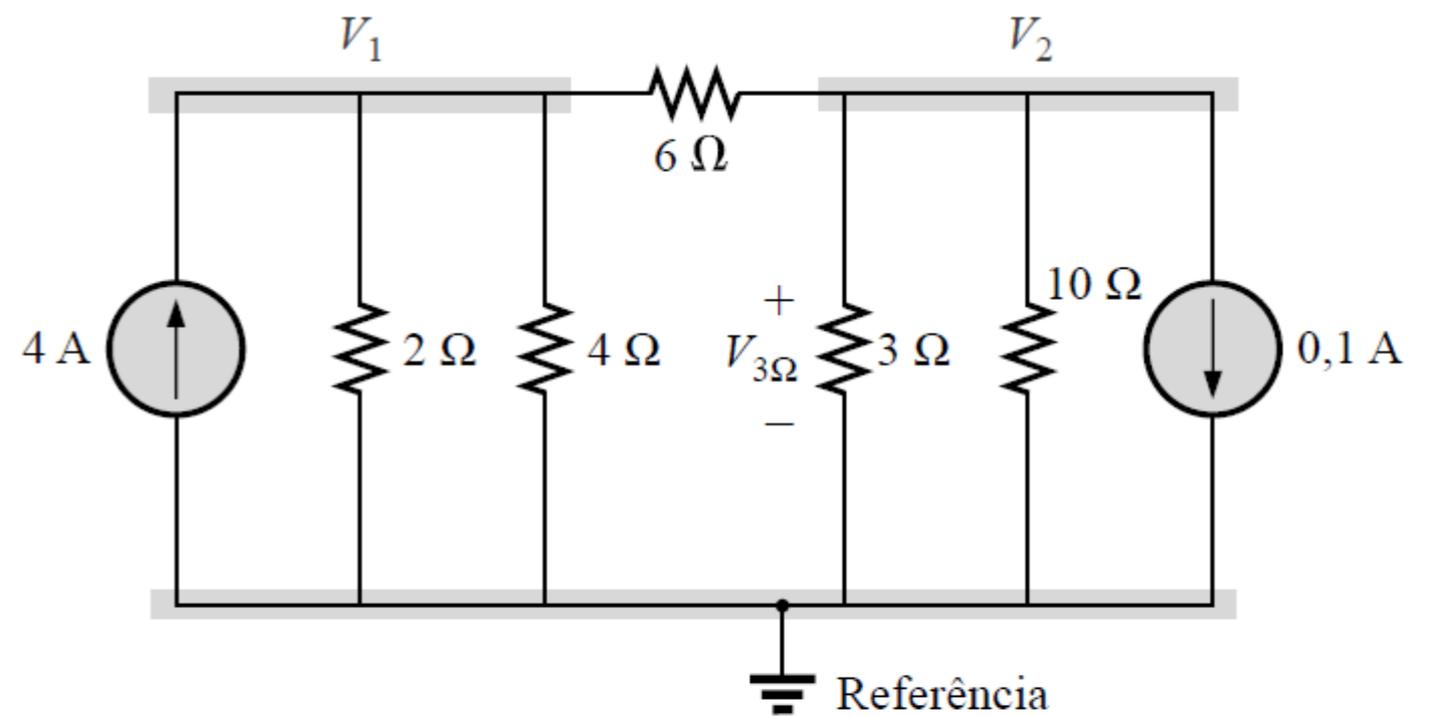


Figura 8.58 Definição dos nós para o circuito da Figura 8.57.

Método dos Nós

Passo 3 → LKC nos nós → Nó V_1

$$+4 - I_{2\Omega} - I_{4\Omega} - I_{6\Omega} = 0 \rightarrow I_{2\Omega} + I_{4\Omega} + I_{6\Omega} = 4$$

$$I_{2\Omega} = \frac{V_1}{2}$$

$$I_{4\Omega} = \frac{V_1}{4}$$

$$I_{6\Omega} = \frac{V_1 - V_2}{6}$$

$$I_{2\Omega} + I_{4\Omega} + I_{6\Omega} = 4 \rightarrow \frac{V_1}{2} + \frac{V_1}{4} + \frac{V_1 - V_2}{6} = 4$$

$$\frac{11 \cdot V_1}{12} - \frac{V_2}{6} = 4$$

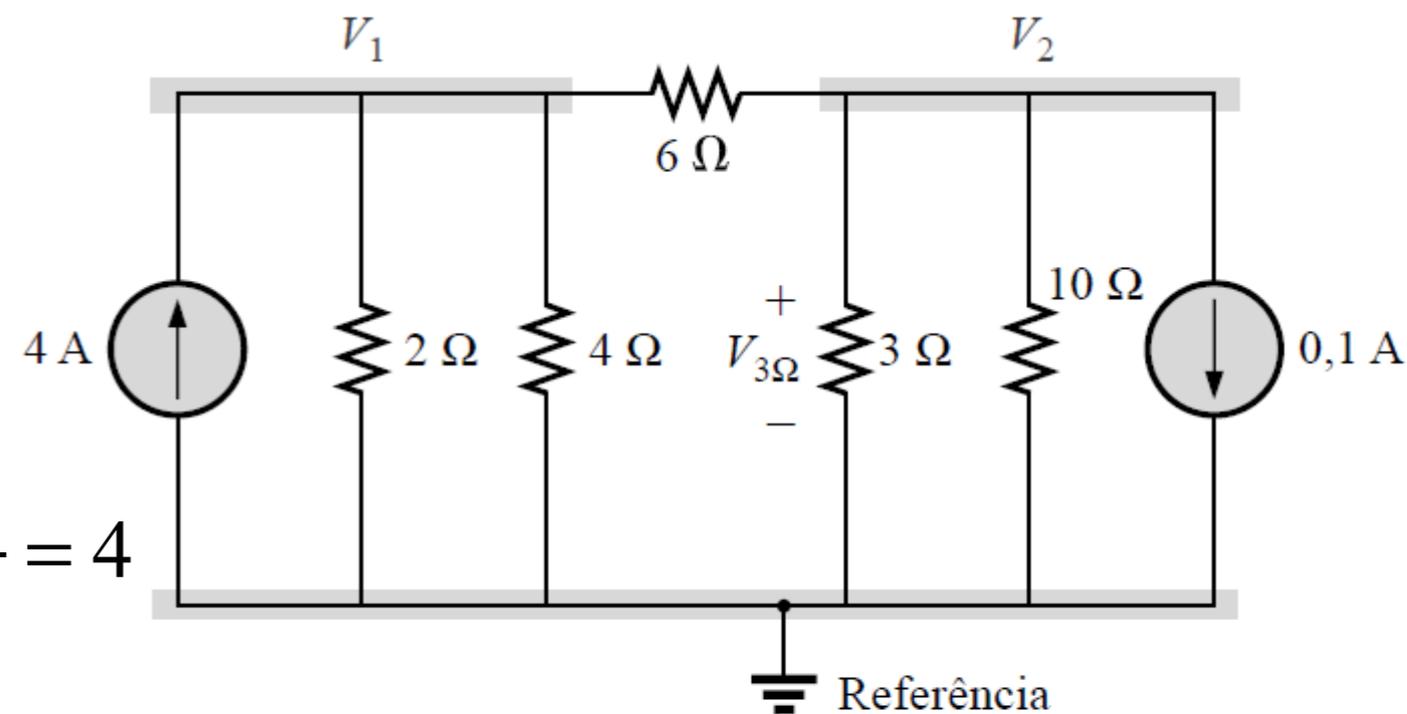


Figura 8.58 Definição dos nós para o circuito da Figura 8.57.

Método dos Nós

Passo 3 → LKC nos nós → Nó V_2

$$-0,1 - I_{3\Omega} - I_{10\Omega} - I_{6\Omega} = 0 \rightarrow I_{3\Omega} + I_{10\Omega} + I_{6\Omega} = -0,1$$

$$I_{3\Omega} = \frac{V_2}{3}$$

$$I_{10\Omega} = \frac{V_2}{10}$$

$$I_{6\Omega} = \frac{V_2 - V_1}{6}$$

$$I_{3\Omega} + I_{10\Omega} + I_{6\Omega} = -0,1 \rightarrow \frac{V_2}{3} + \frac{V_2}{10} + \frac{V_2 - V_1}{6} = -0,1$$

$$-\frac{V_1}{6} + \frac{3 \cdot V_2}{5} = -0,1$$

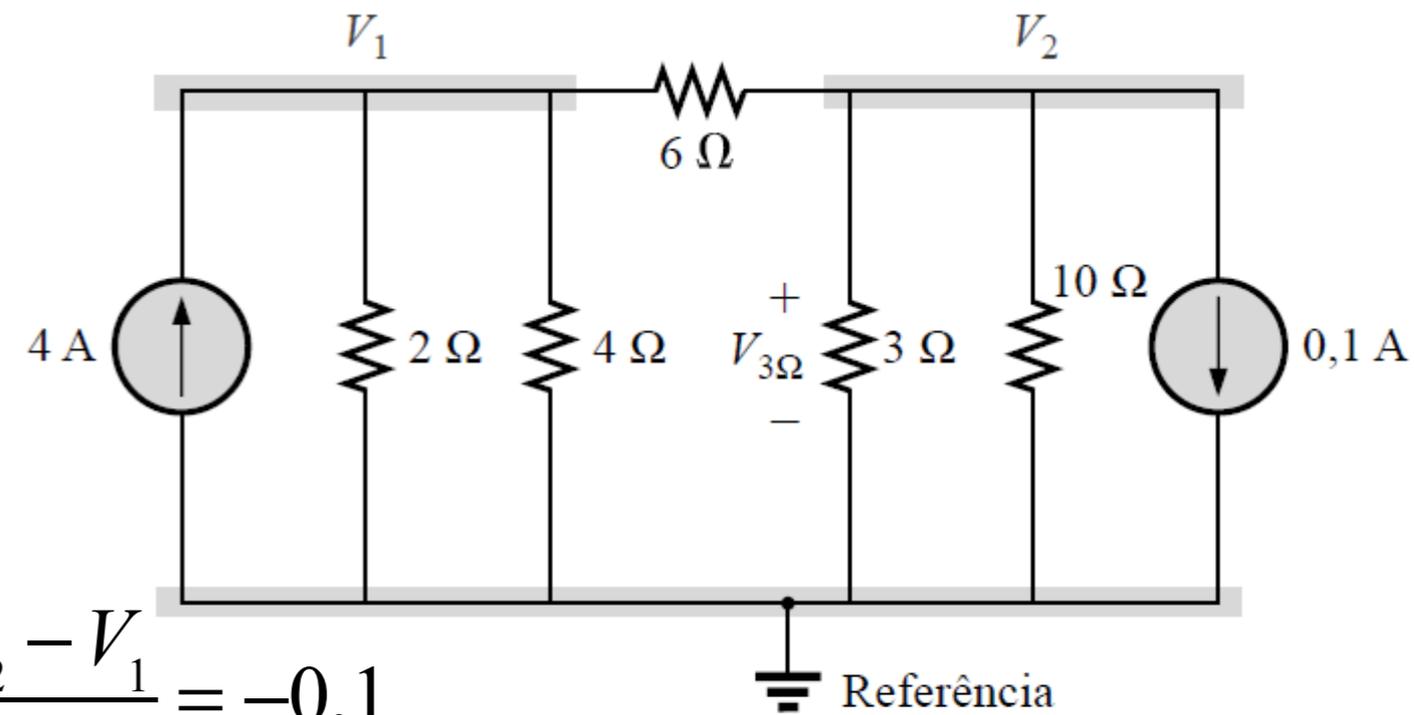


Figura 8.58 Definição dos nós para o circuito da Figura 8.57.

Método dos Nós

Passo 4 → Resolução do sistema

$$\frac{11 \cdot V_1}{12} - \frac{V_2}{6} = 4$$

$$-\frac{V_1}{6} + \frac{3 \cdot V_2}{5} = -0,1$$

$$11 \cdot V_1 - 2 \cdot V_2 = 48$$

$$-5 \cdot V_1 + 18 \cdot V_2 = -3$$

$$V_1 = 4,56V$$

$$V_2 = 1,10V$$

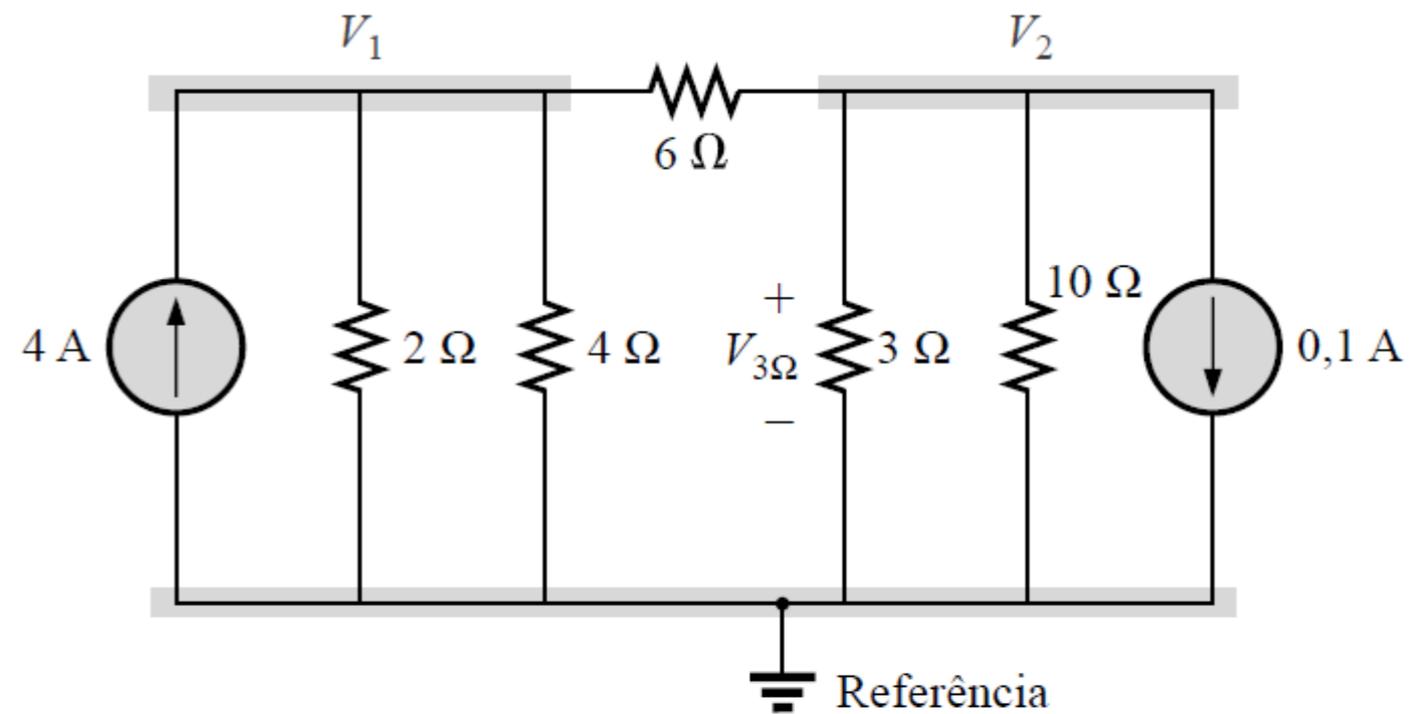


Figura 8.58 Definição dos nós para o circuito da Figura 8.57.

Método dos Nós

Passo 1 → determinar o número de nós do circuito

Passo 2 → identificar os nós do circuito

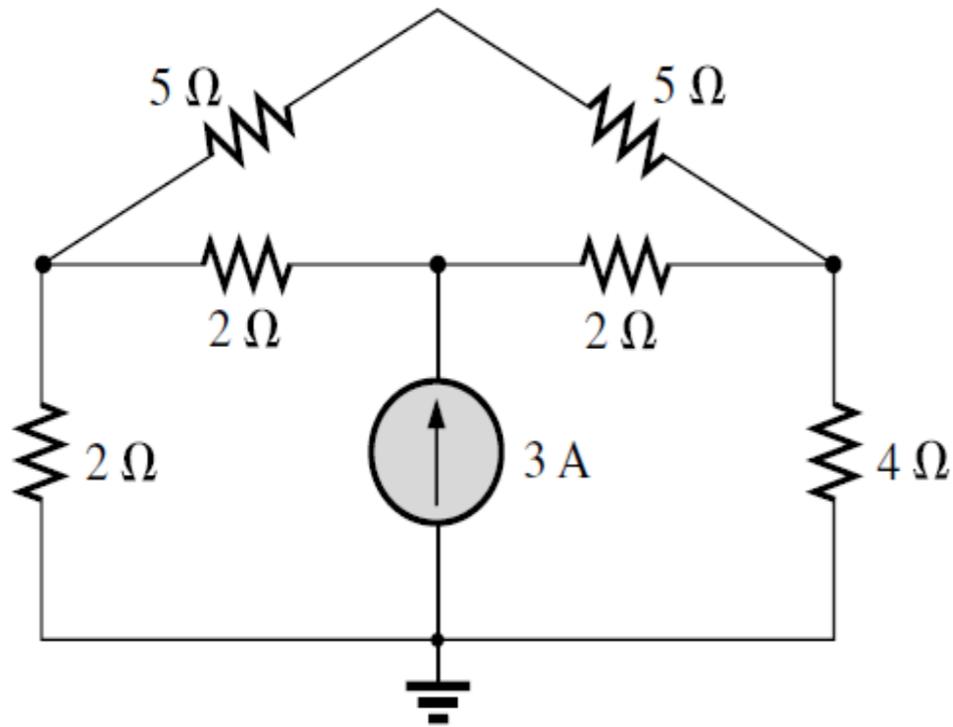


Figura 8.59 Exemplo 8.25.

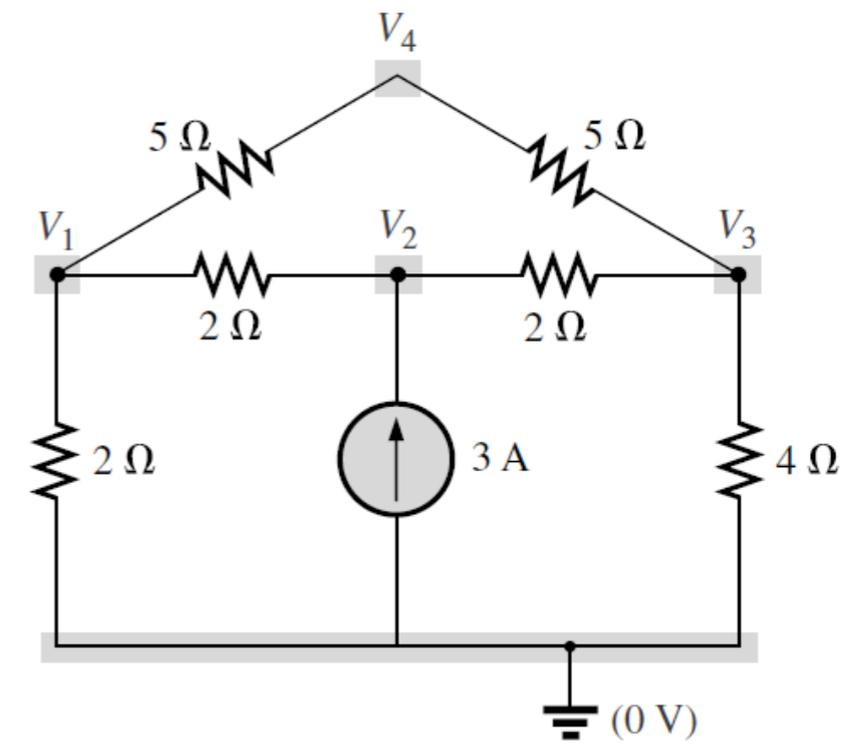


Figura 8.60 Definição dos nós para o circuito da Figura 8.59.

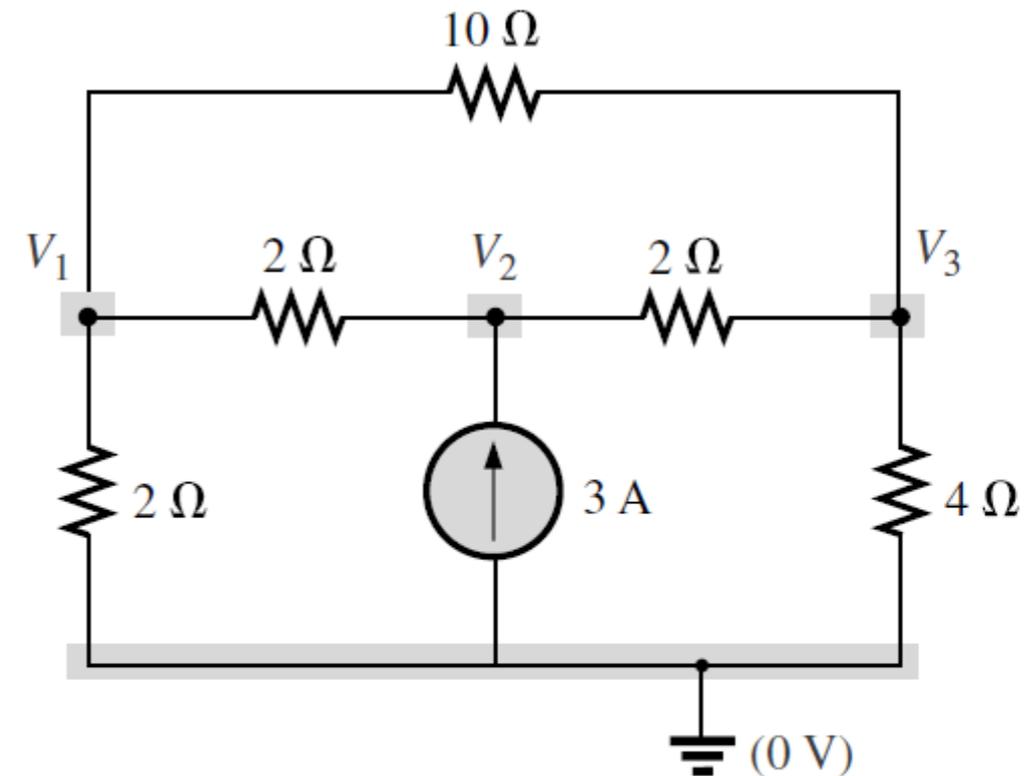


Figura 8.61 Redução do número de nós para o circuito da Figura 8.59 pela combinação dos dois resistores de 5 Ω.

Método dos Nós

Passo 3 → LKC nos nós → Nó V_1

$$\frac{V_1}{2} + \frac{V_1 - V_3}{10} + \frac{V_1 - V_2}{2} = 0$$

$$\frac{11 \cdot V_1}{10} - \frac{V_2}{2} - \frac{V_3}{10} = 0$$

Passo 3 → LKC nos nós → Nó V_2

$$\frac{V_2 - V_1}{2} + \frac{V_2 - V_3}{2} = 3$$

$$-\frac{V_1}{2} + V_2 - \frac{V_3}{2} = 3$$

Passo 3 → LKC nos nós → Nó V_3

$$\frac{V_3}{4} + \frac{V_3 - V_2}{2} + \frac{V_3 - V_1}{10} = 0$$

$$-\frac{V_1}{10} - \frac{V_2}{2} + \frac{17 \cdot V_3}{20} = 0$$

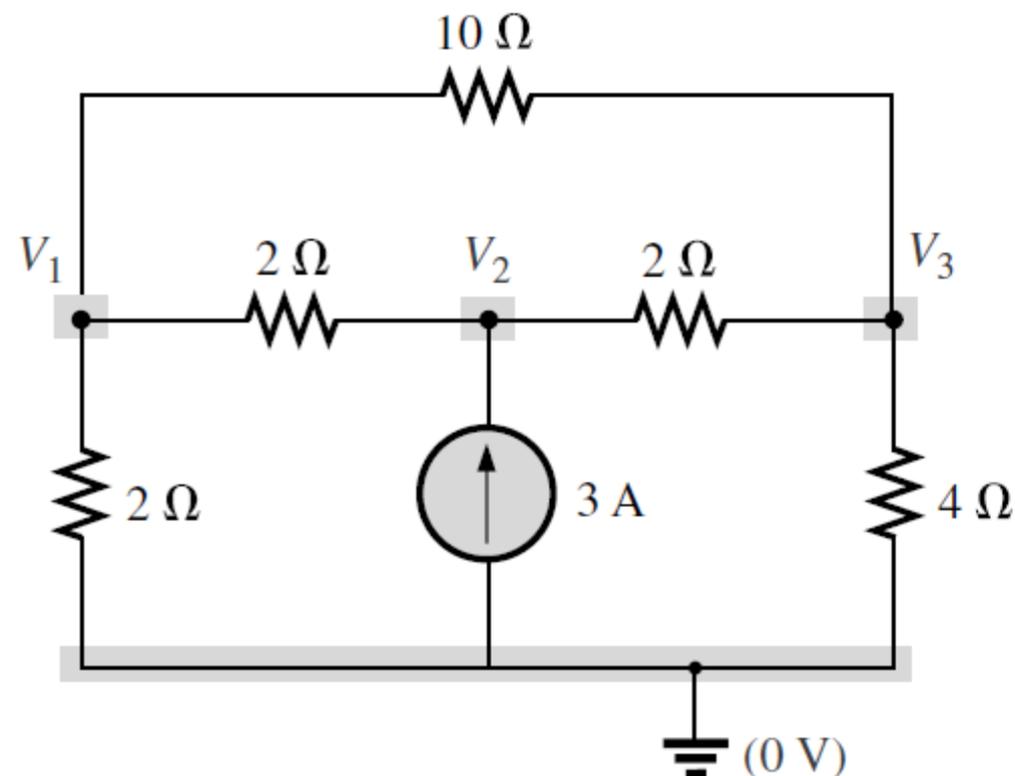


Figura 8.61 Redução do número de nós para o circuito da Figura 8.59 pela combinação dos dois resistores de 5 Ω .

Método dos Nós

Passo 4 → Resolução do sistema

$$\frac{11 \cdot V_1}{10} - \frac{V_2}{2} - \frac{V_3}{10} = 0$$

$$-\frac{V_1}{2} + V_2 - \frac{V_3}{2} = 3$$

$$-\frac{V_1}{10} - \frac{V_2}{2} + \frac{17 \cdot V_3}{20} = 0$$

$$1,1 \cdot V_1 - 0,5 \cdot V_2 - 40,1 \cdot V_3 = 0$$

$$-0,5 \cdot V_1 + V_2 - 0,5 \cdot V_3 = 3$$

$$-0,1 \cdot V_1 - 0,5 \cdot V_2 + 0,85 \cdot V_3 = 0$$

$$V_1 = 3,68V$$

$$V_2 = 7,16V$$

$$V_3 = 4,65V$$

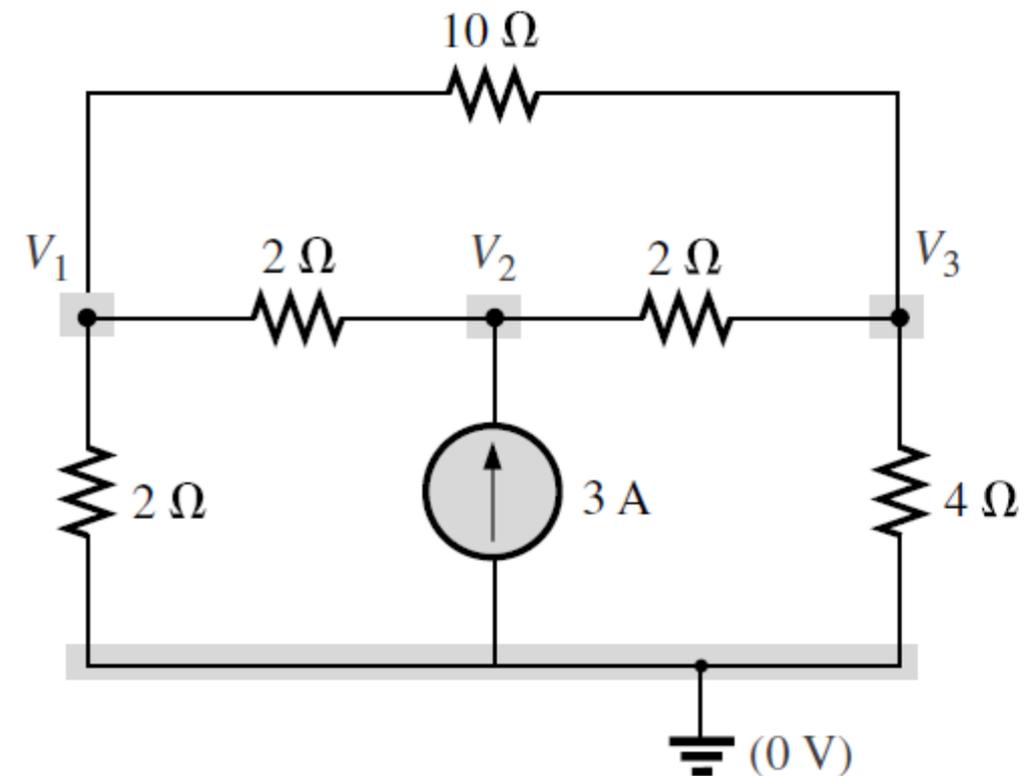


Figura 8.61 Redução do número de nós para o circuito da Figura 8.59 pela combinação dos dois resistores de 5 Ω.

Método dos Nós

Passo 1 → determinar o número de nós do circuito

Passo 2 → identificar os nós do circuito

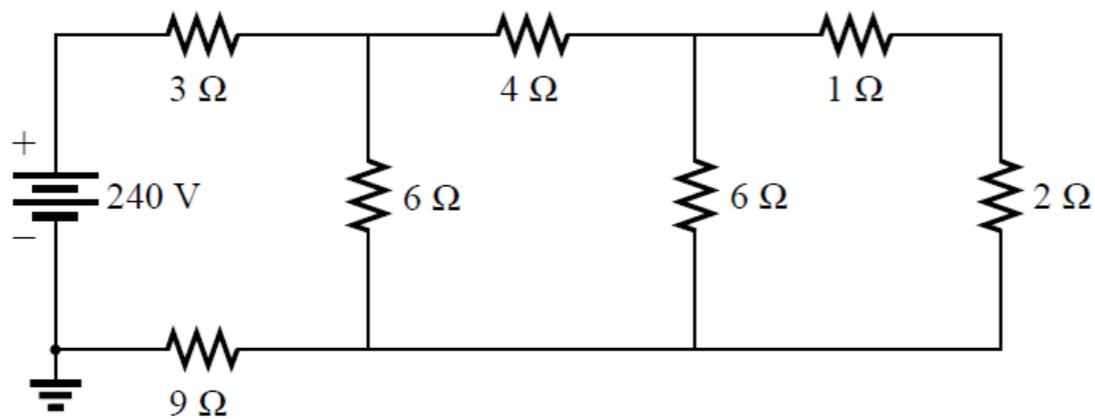


Figura 8.62 Exemplo 8.26.

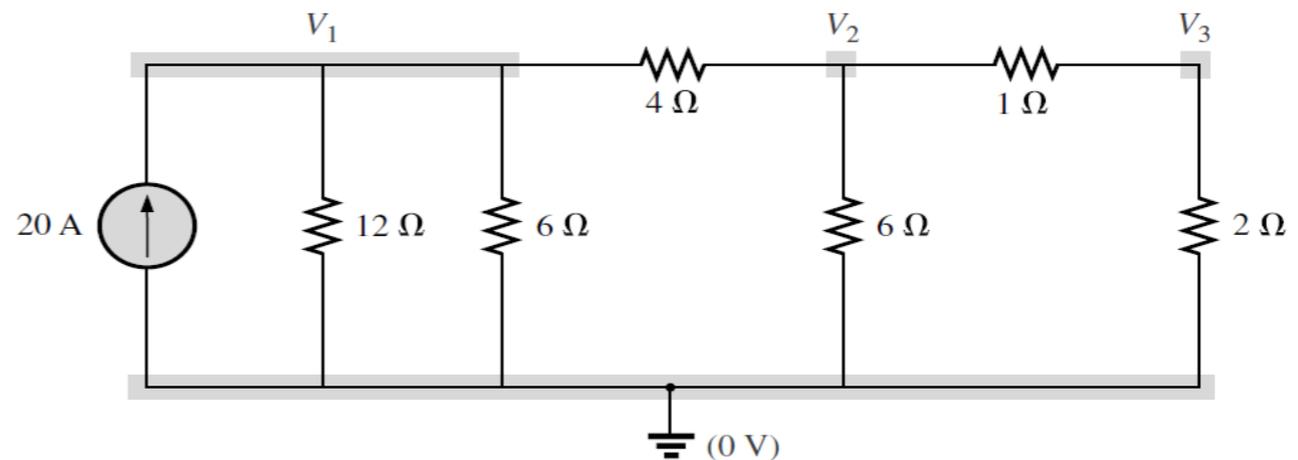


Figura 8.63 Conversão da fonte de tensão em fonte de corrente e definição dos nós para o circuito da Figura 8.62.

Método dos Nós

Passo 3 → LKC nos nós → Nó V_1

$$\frac{V_1}{6} + \frac{V_1}{12} + \frac{V_1 - V_2}{4} = 20$$

$$\frac{V_1}{2} - \frac{V_2}{4} = 20$$

Passo 3 → LKC nos nós → Nó V_2

$$\frac{V_2}{6} + \frac{V_2 - V_1}{4} + \frac{V_2 - V_3}{1} = 0$$

$$-\frac{V_1}{4} + \frac{17 \cdot V_2}{12} - V_3 = 0$$

Passo 3 → LKC nos nós → Nó V_3

$$\frac{V_3}{2} + \frac{V_3 - V_2}{1} = 0$$

$$-V_2 + \frac{3 \cdot V_3}{2} = 0$$

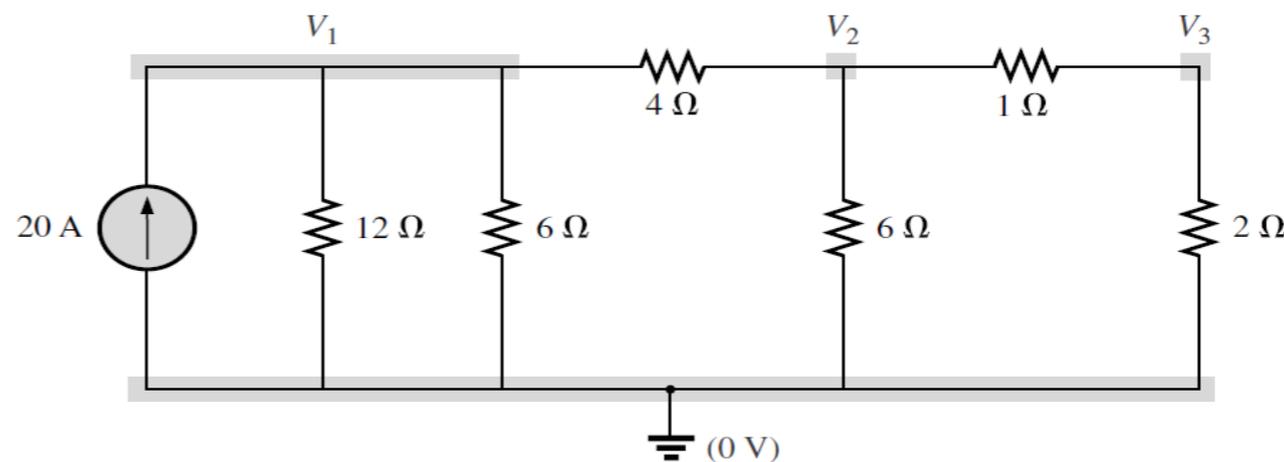


Figura 8.63 Conversão da fonte de tensão em fonte de corrente e definição dos nós para o circuito da Figura 8.62.

Método dos Nós

Passo 4 → Resolução do sistema

$$\frac{V_1}{2} - \frac{V_2}{4} = 20$$

$$-\frac{V_1}{4} + \frac{17 \cdot V_2}{12} - V_3 = 0$$

$$-V_2 + \frac{3 \cdot V_3}{2} = 0$$

$$0,5 \cdot V_1 - 0,25 \cdot V_2 = 20$$

$$-0,25 \cdot V_1 + 1,42 \cdot V_2 - V_3 = 0$$

$$-V_2 + 1,5 \cdot V_3 = 0$$

$$V_1 = 48V$$

$$V_2 = 16V$$

$$V_3 = 10,67V$$

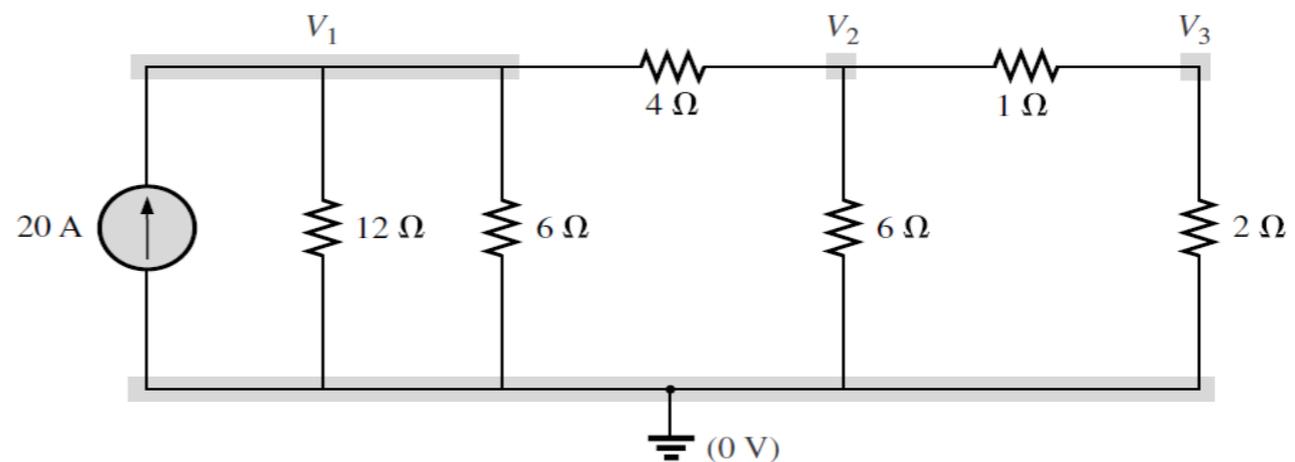


Figura 8.63 Conversão da fonte de tensão em fonte de corrente e definição dos nós para o circuito da Figura 8.62.

Circuitos em Ponte

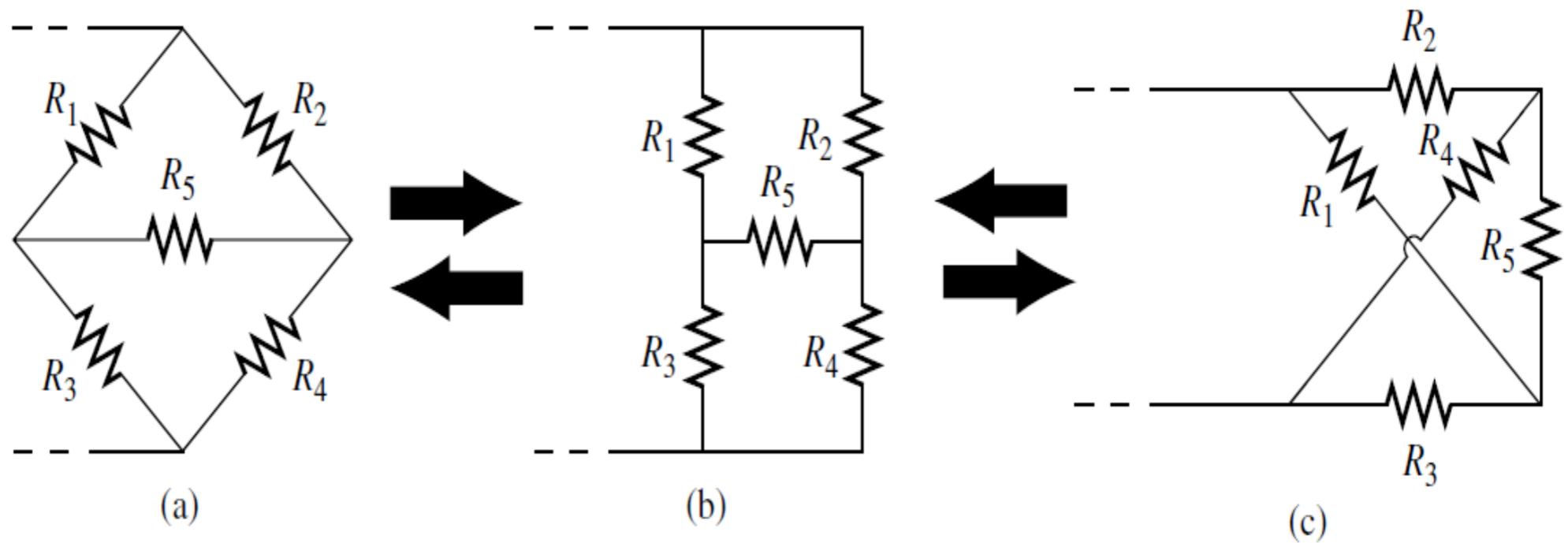


Figura 8.64 Vários formatos para um circuito em ponte.

Circuitos em Ponte

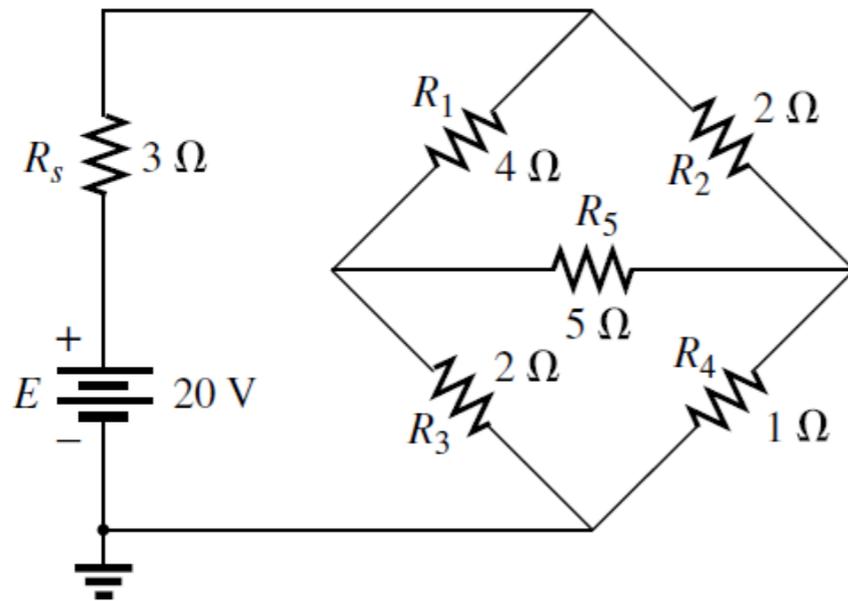


Figura 8.65 Configuração-padrão de um circuito em ponte.

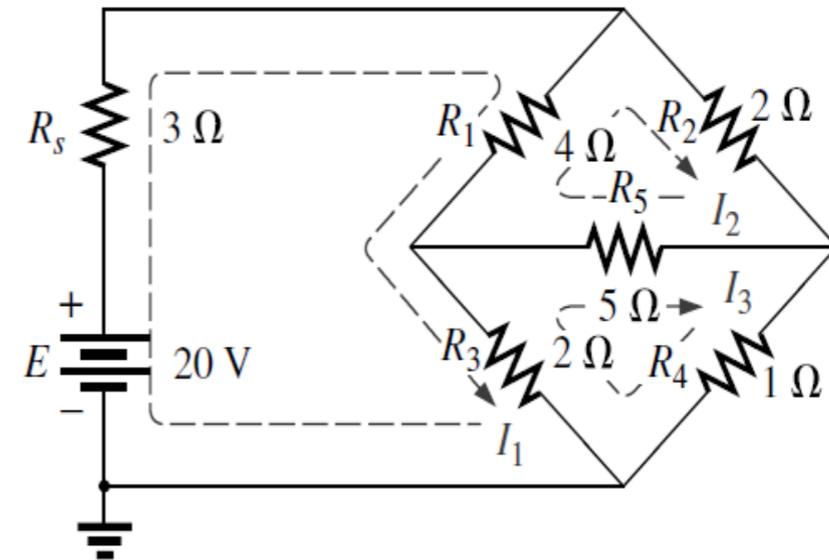
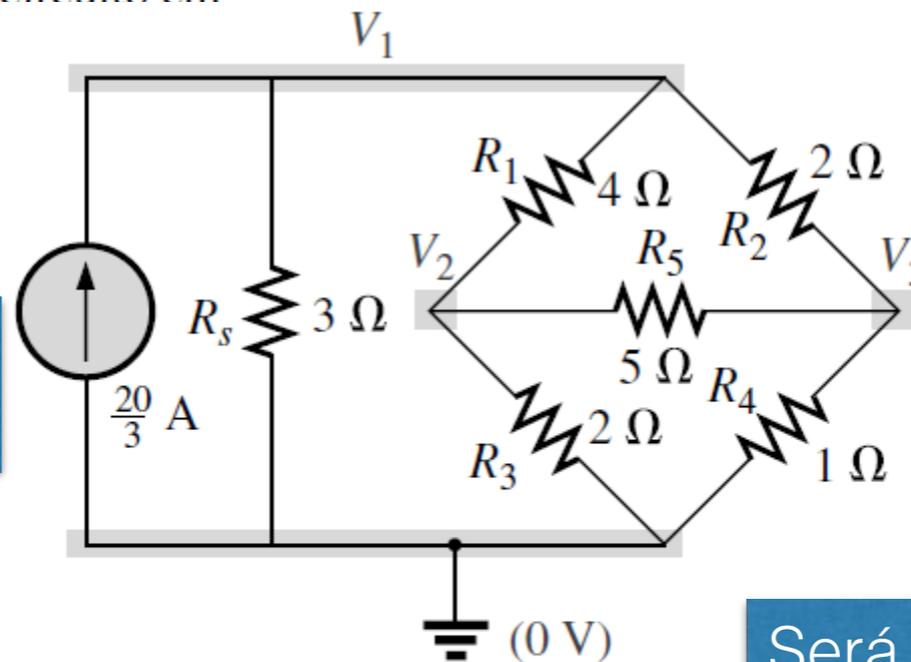


Figura 8.66 Definição das correntes de malha no circuito

Pode ser resolvido por análise de malhas ou nodal.



Será resolvido em sala de aula.

Figura 8.67 Definição das tensões nodais para o circuito da Figura 8.65.

Circuitos em Ponte

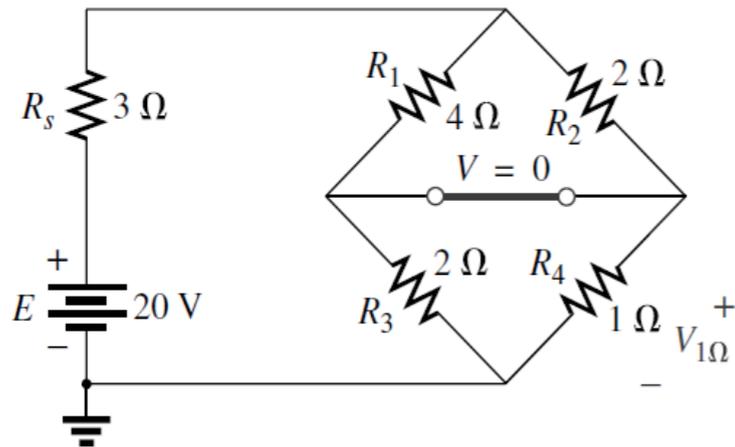


Figura 8.71 Substituição do ramo central de uma ponte equilibrada por um curto-circuito.

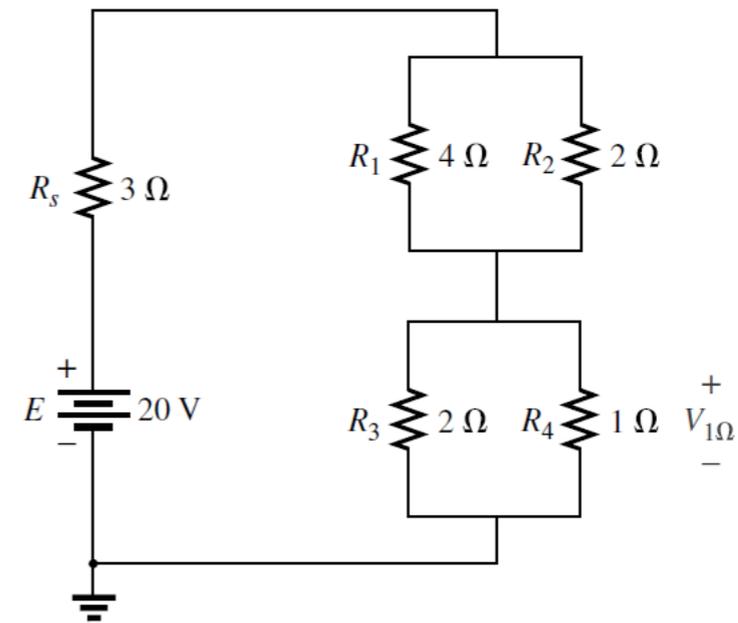


Figura 8.72 Redesenho do circuito na Figura 8.71.

Ponte equilibrada.

$$\frac{R_1}{R_3} = \frac{R_2}{R_4} \rightarrow \frac{4}{2} = \frac{2}{1}$$

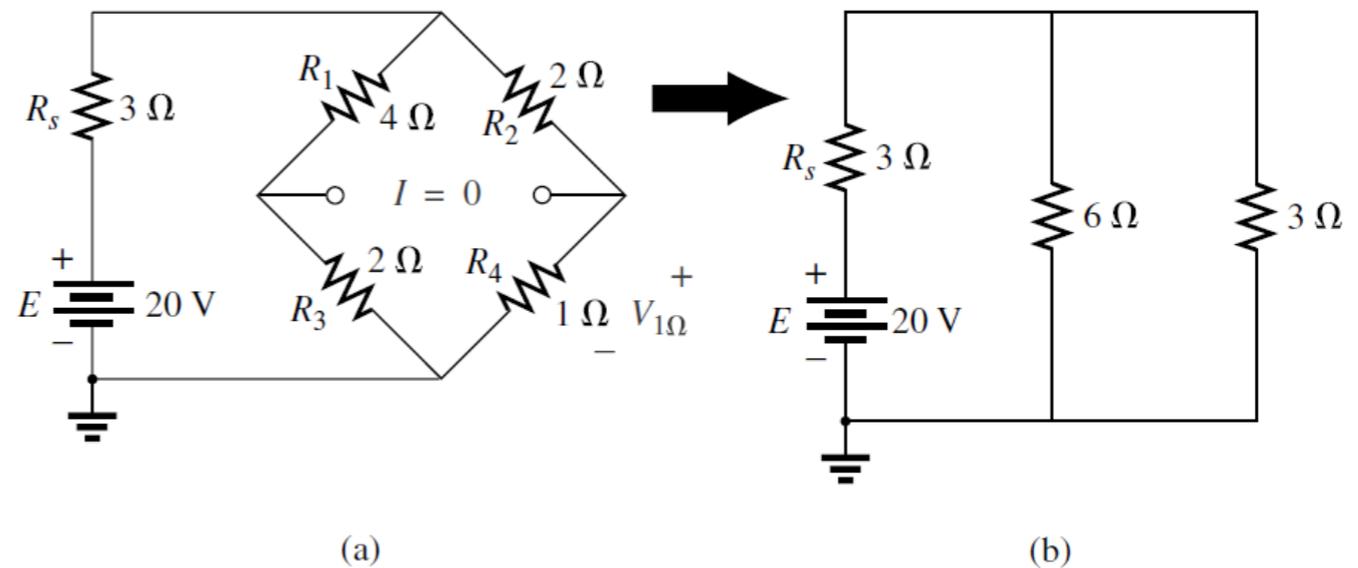


Figura 8.73 Substituição do ramo central de uma ponte equilibrada por um circuito aberto.

Circuitos em Ponte

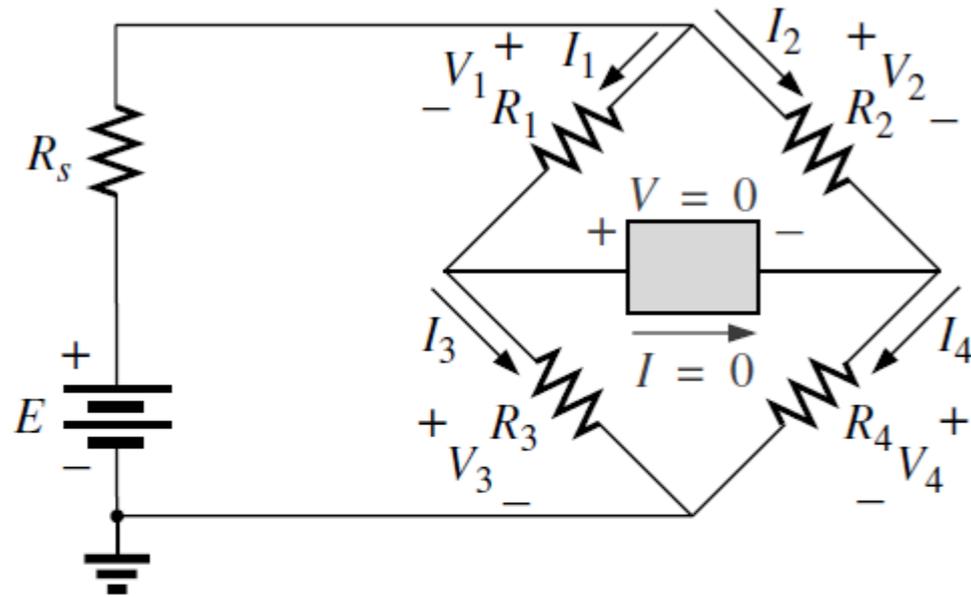


Figura 8.74 Determinação da condição de equilíbrio para um circuito em ponte.

$$\frac{R_1}{R_3} = \frac{R_2}{R_4} \rightarrow \frac{4}{2} = \frac{2}{1}$$

Ponte equilibrada.

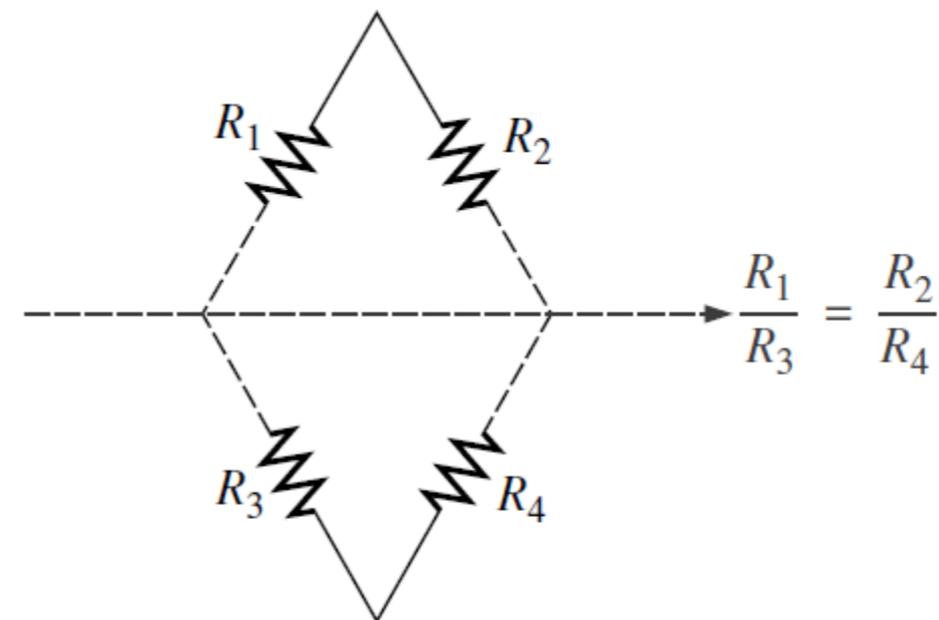


Figura 8.75 Método visual para lembrar a condição de equilíbrio.

Conversões Y- Δ

Conversões Y- Δ :

- Frequentemente, pode-se encontrar configurações de circuitos nas quais os resistores não estejam em série ou em paralelo.
- Nessas condições, pode ser interessante converter o circuito de uma maneira em outra mais conveniente para determinar os valores das tensões e das correntes sem usar o método das malhas ou o método dos nós.
- Duas configurações usualmente responsáveis por esse tipo de dificuldades são ípsilon ou estrela (Y) e delta (Δ), ilustradas nas figuras abaixo. Elas também são identificadas como tê (T) e pi (π), respectivamente.

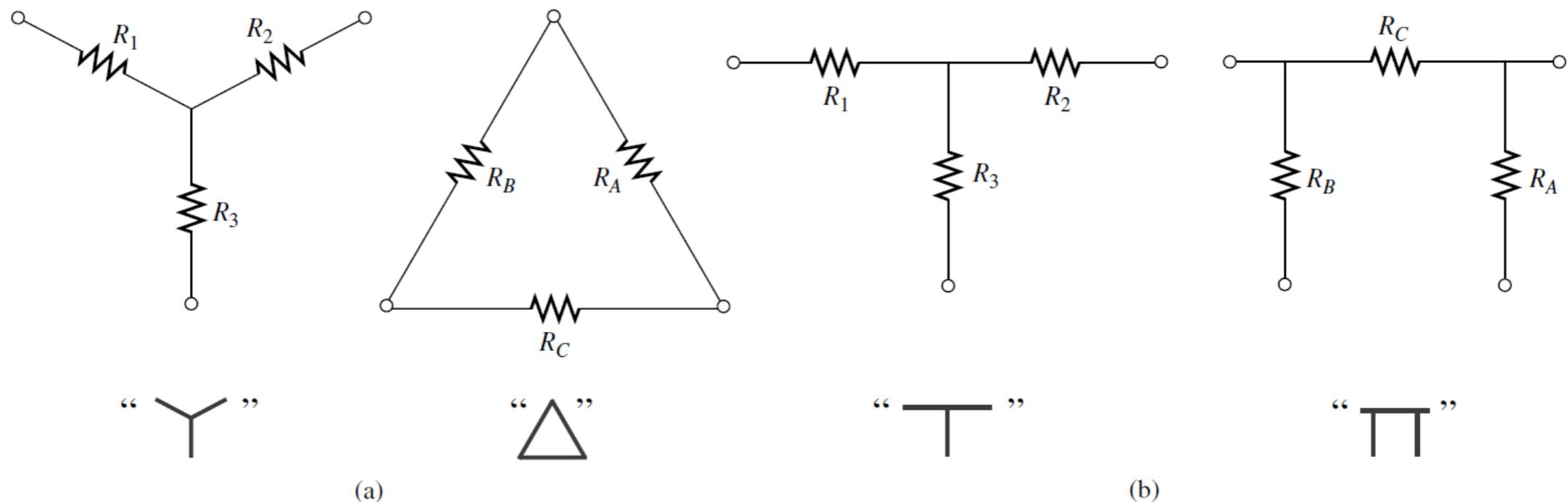


Figura 8.76 Configurações Y (T) e Δ (π).

Conversões Y-Δ

Conversões Y-Δ.

$$R_{ac}(Y) = R_{ac}(\Delta)$$

$$R_{ab}(Y) = R_{ab}(\Delta)$$

$$R_{bc}(Y) = R_{bc}(\Delta)$$

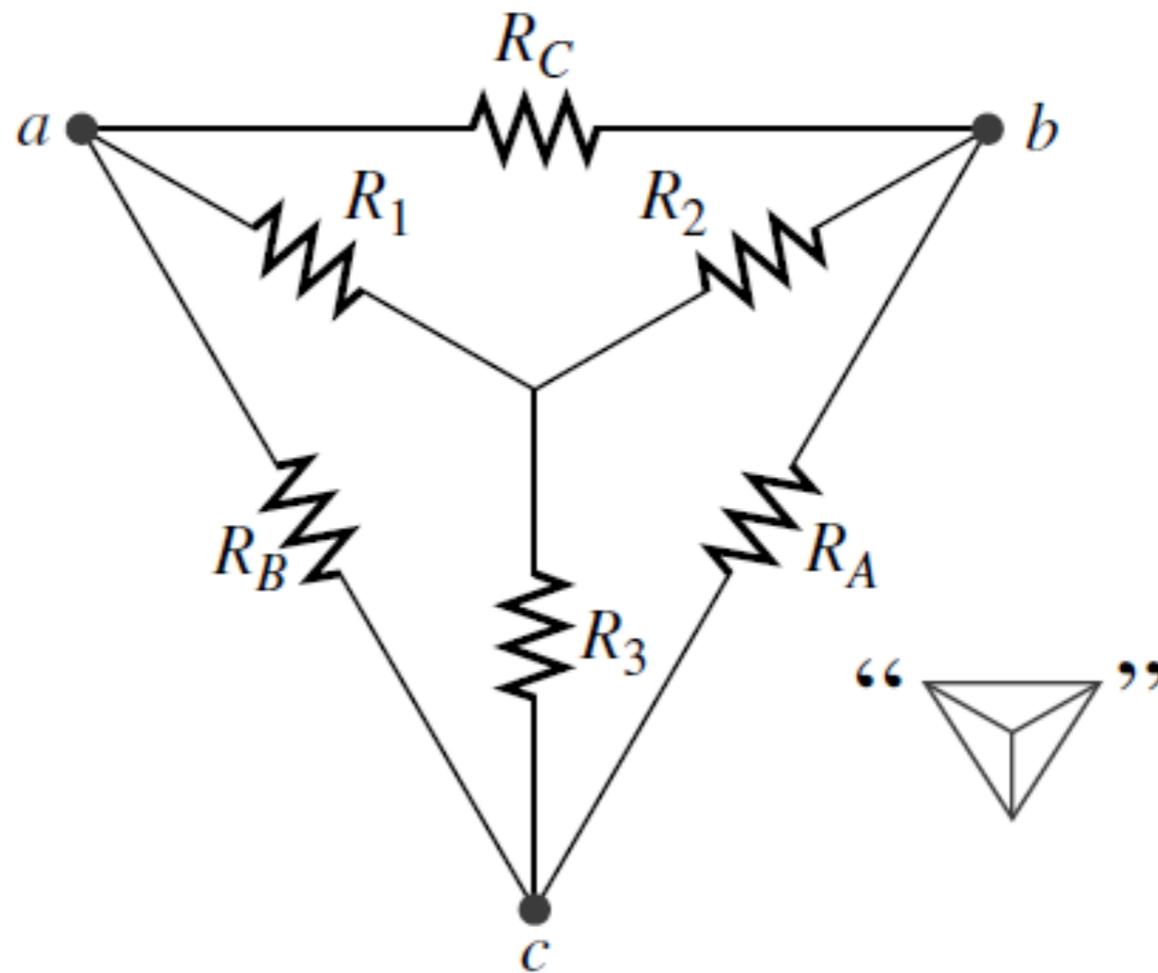


Figura 8.77 Introdução dos conceitos de conversões Δ-Y e Y-Δ.

Conversões Y- Δ

Conversões Y- Δ .

$$R_{ac}(Y) = R_{ac}(\Delta)$$

$$R_{ac}(Y) = R_1 + R_3$$

$$R_{ac}(\Delta) = \frac{R_B \cdot (R_A + R_C)}{R_A + R_B + R_C}$$

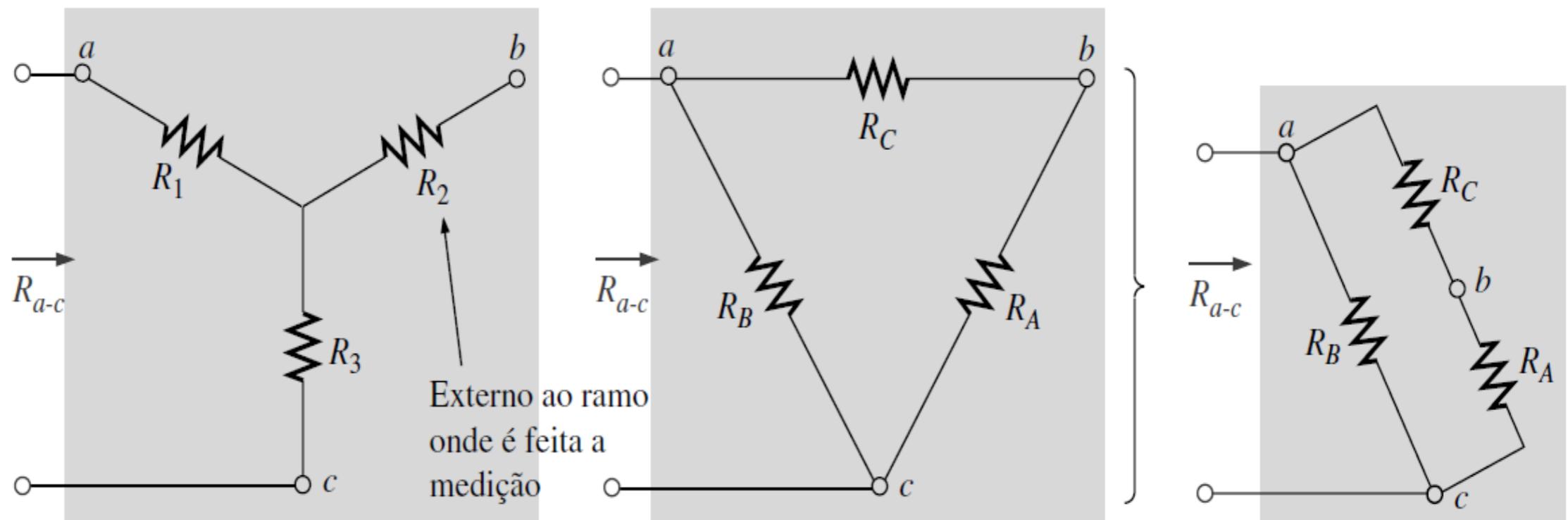


Figura 8.78 Obtenção da resistência R_{a-c} para as configurações Y e Δ .

Conversões Y-Δ

Conversões Y-Δ.

$$R_{ab}(Y) = R_{ab}(\Delta)$$

$$R_{ab}(Y) = R_1 + R_2$$

$$R_{ac}(\Delta) = \frac{R_C \cdot (R_A + R_B)}{R_A + R_B + R_C}$$

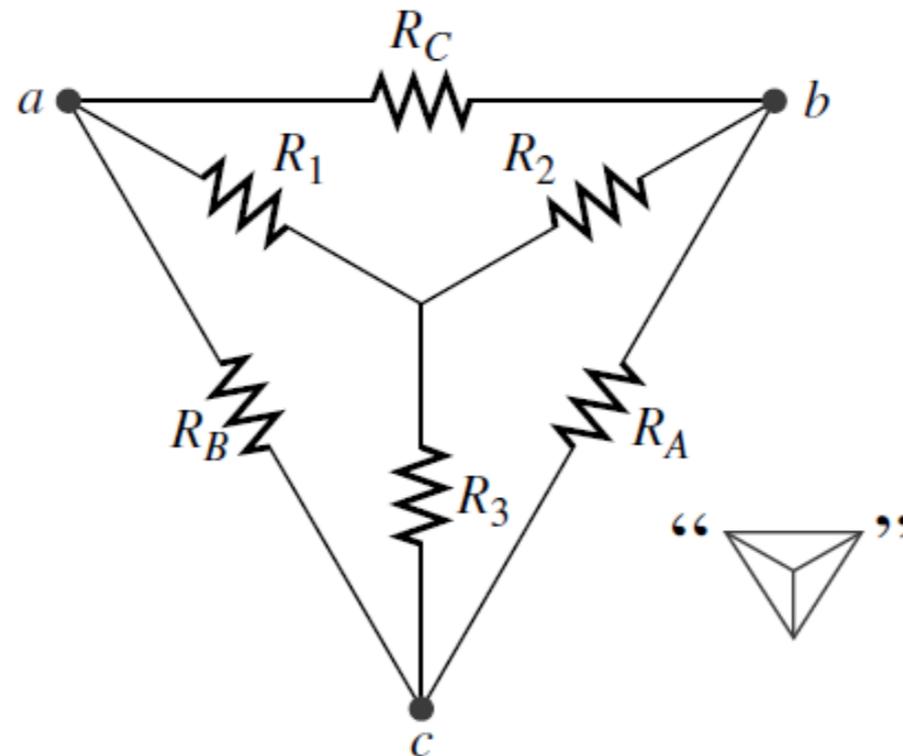


Figura 8.77 Introdução dos conceitos de conversões Δ-Y e Y-Δ.

Conversões Y-Δ

Conversões Y-Δ.

$$R_{bc}(Y) = R_{bc}(\Delta)$$

$$R_{bc}(Y) = R_2 + R_3$$

$$R_{ac}(\Delta) = \frac{R_A \cdot (R_B + R_C)}{R_A + R_B + R_C}$$

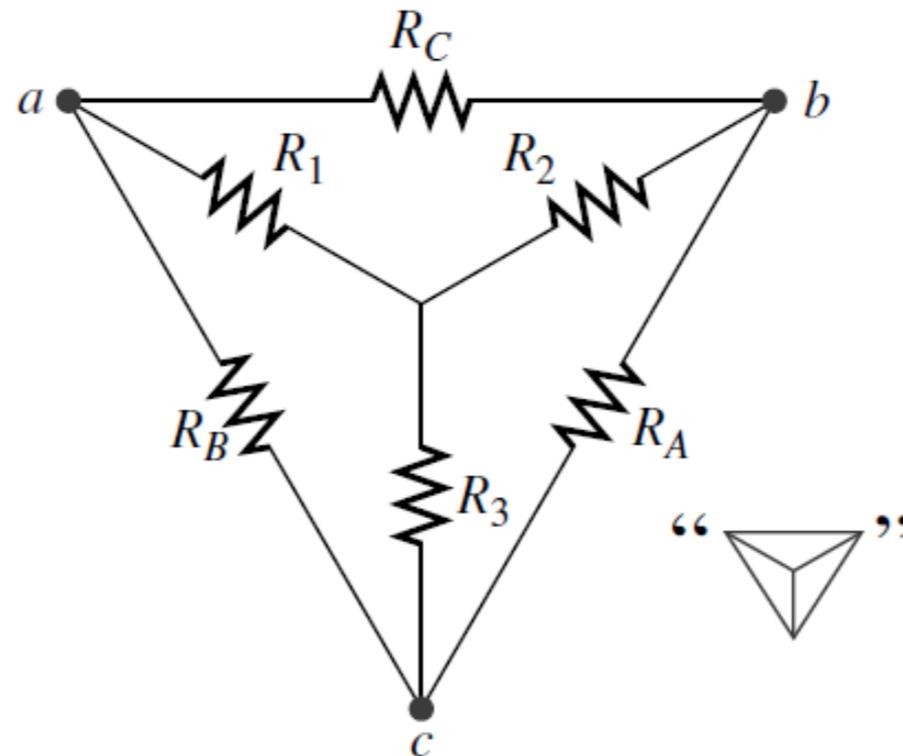


Figura 8.77 Introdução dos conceitos de conversões Δ-Y e Y-Δ.

Conversões Y-Δ

$$R_1 = \frac{R_B \cdot R_C}{R_A + R_B + R_C}$$

$$R_2 = \frac{R_A \cdot R_C}{R_A + R_B + R_C}$$

$$R_3 = \frac{R_A \cdot R_B}{R_A + R_B + R_C}$$

$$R_A = \frac{R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3}{R_1}$$

$$R_B = \frac{R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3}{R_2}$$

$$R_C = \frac{R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3}{R_3}$$

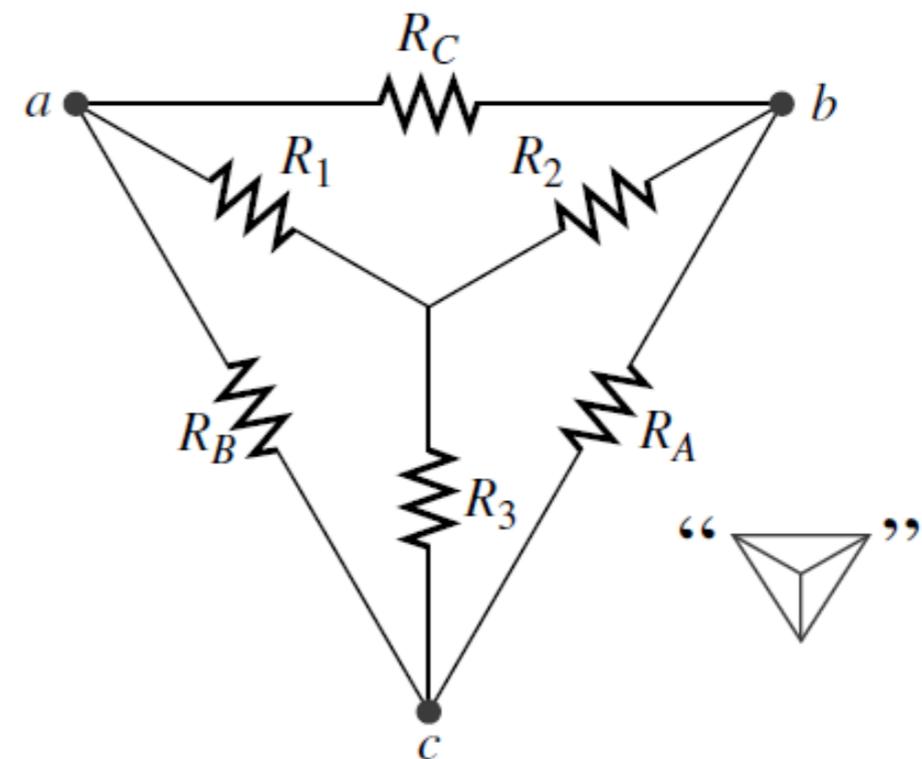


Figura 8.77 Introdução dos conceitos de conversões Δ-Y e Y-Δ.

Conversões Y-Δ

$$R_A = R_B = R_C$$

$$R_1 = R_2 = R_3 = \frac{R_A}{3}$$

$$R_Y = \frac{R_\Delta}{3}$$

$$R_\Delta = 3 \cdot R_Y$$

Valores dos resistores iguais.

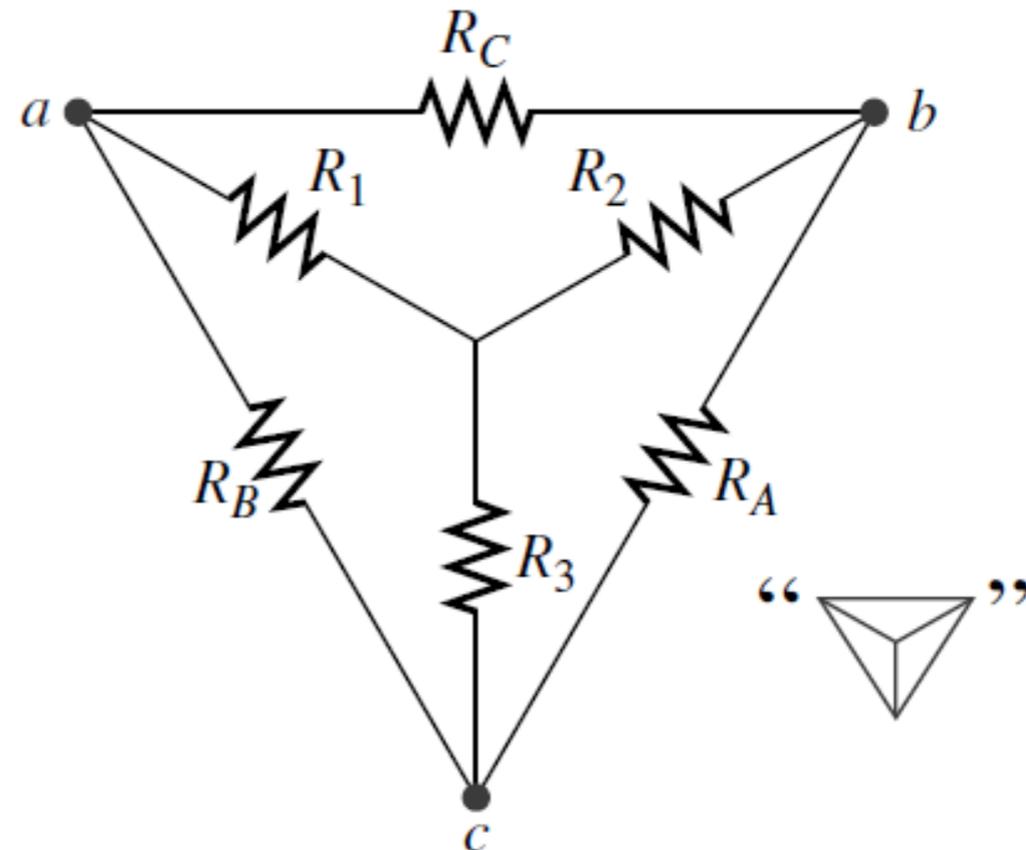
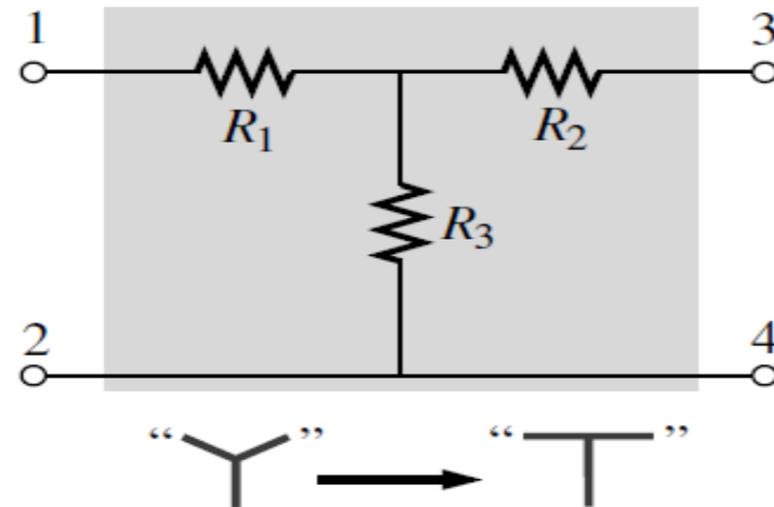
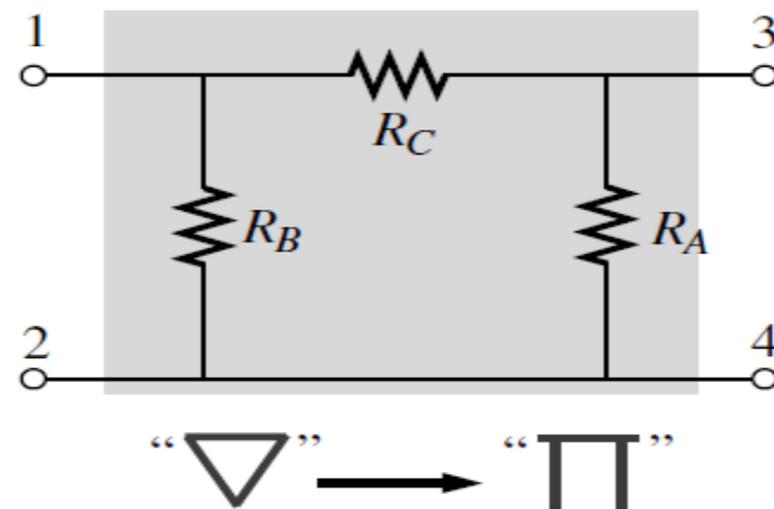


Figura 8.77 Introdução dos conceitos de conversões Δ-Y e Y-Δ.

Conversões Y- Δ



(a)



(b)

Figura 8.79 Relações entre as configurações Y e T e entre as configurações Δ e π .

Conversões Y-Δ

$$R_1 = \frac{R_B \cdot R_C}{R_A + R_B + R_C} = \frac{20 \cdot 10}{30 + 20 + 10} = \frac{200}{60} = \frac{10}{3} \Omega$$

$$R_2 = \frac{R_A \cdot R_C}{R_A + R_B + R_C} = \frac{30 \cdot 10}{30 + 20 + 10} = \frac{300}{60} = 5 \Omega$$

$$R_3 = \frac{R_A \cdot R_B}{R_A + R_B + R_C} = \frac{30 \cdot 20}{30 + 20 + 10} = \frac{600}{60} = 10 \Omega$$

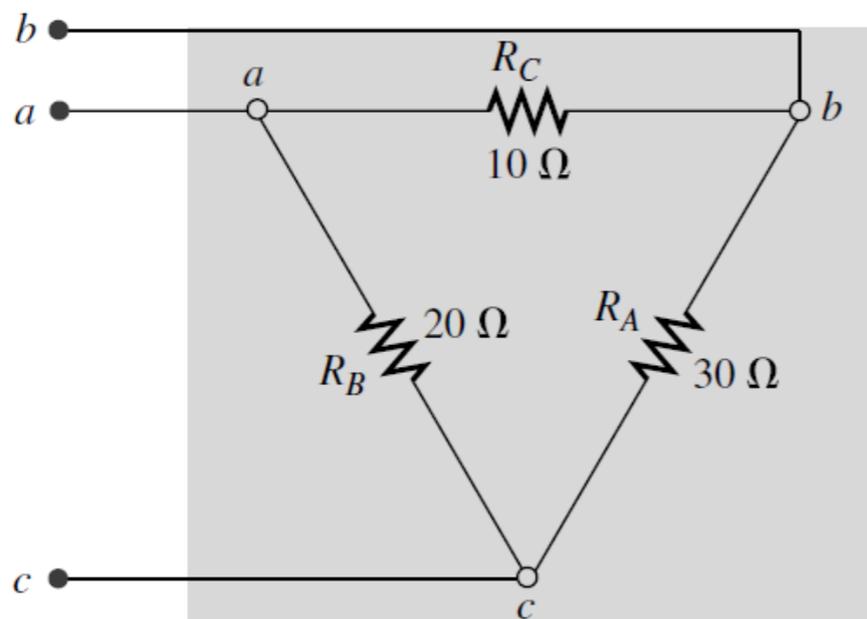


Figura 8.80 Exemplo 8.27.

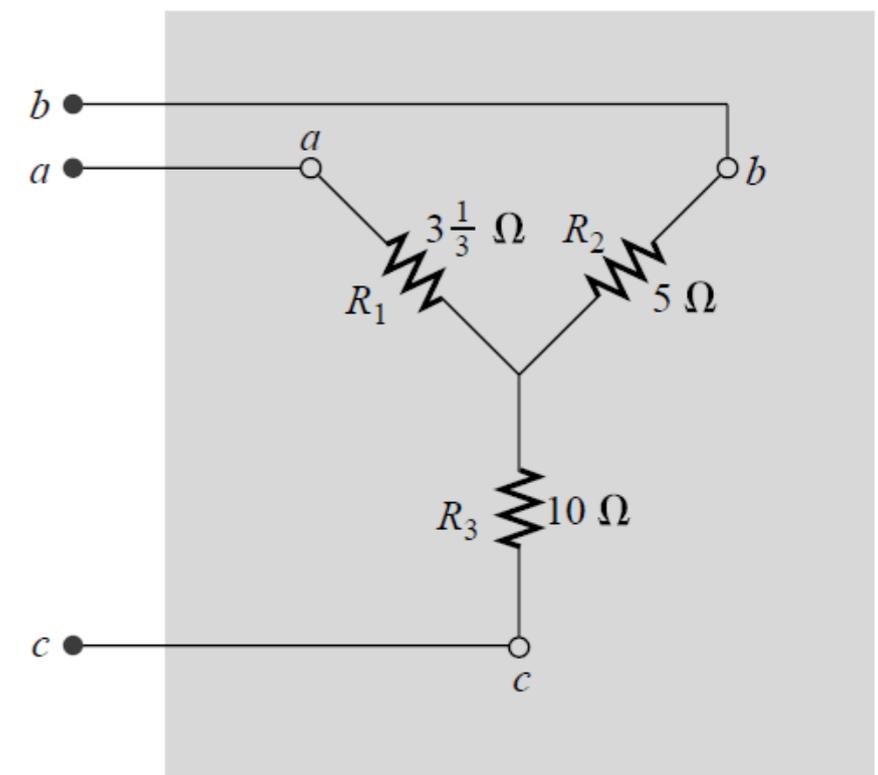


Figura 8.81 Y equivalente a Δ da Figura 8.80.

Conversões Y-Δ

$$R_A = R_B = R_C$$

$$R_1 = R_2 = R_3 = \frac{R_A}{3} = \frac{180}{3} = 60\Omega$$

$$R_1 = R_2 = R_3$$

$$R_A = R_B = R_C = 3 \cdot R_1 = 3 \cdot 60 = 180\Omega$$

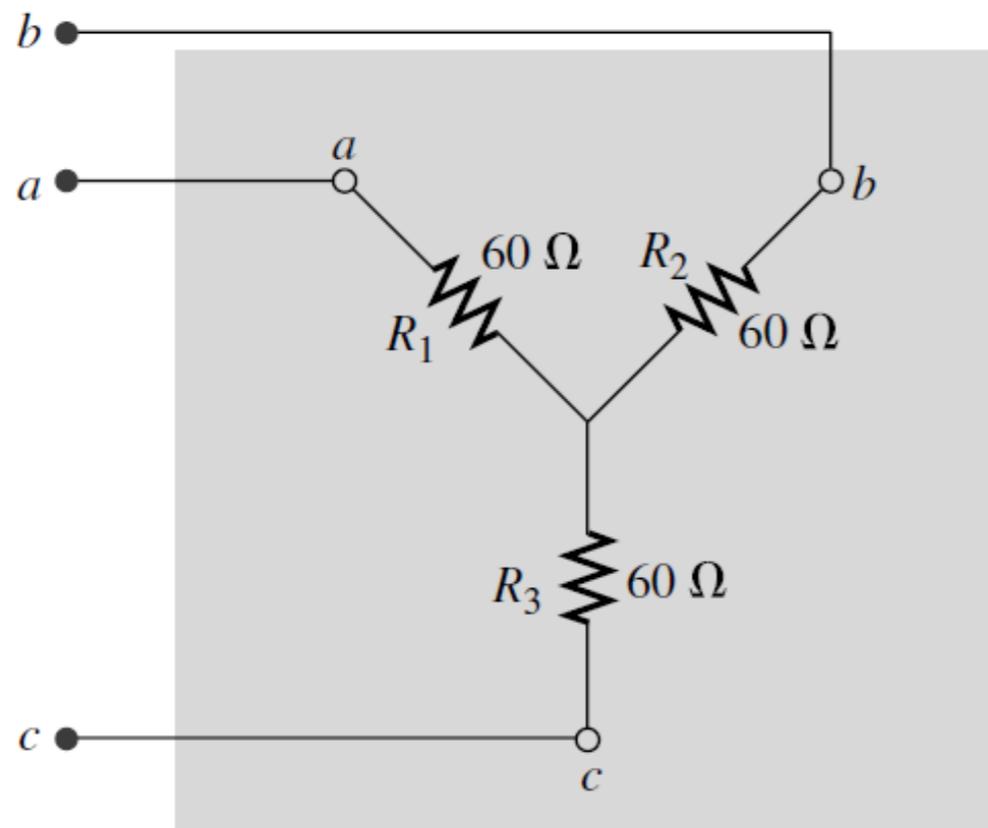


Figura 8.82 Exemplo 8.28.

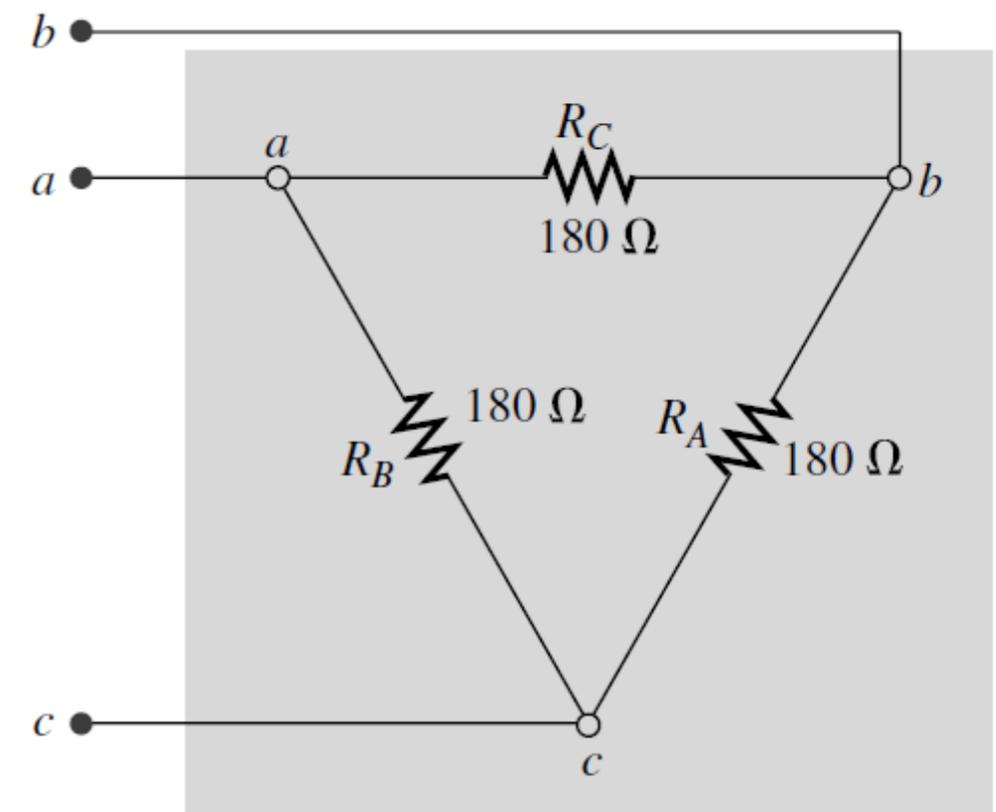


Figura 8.83 Δ equivalente a Y da Figura 8.82.

Conversões Y-Δ

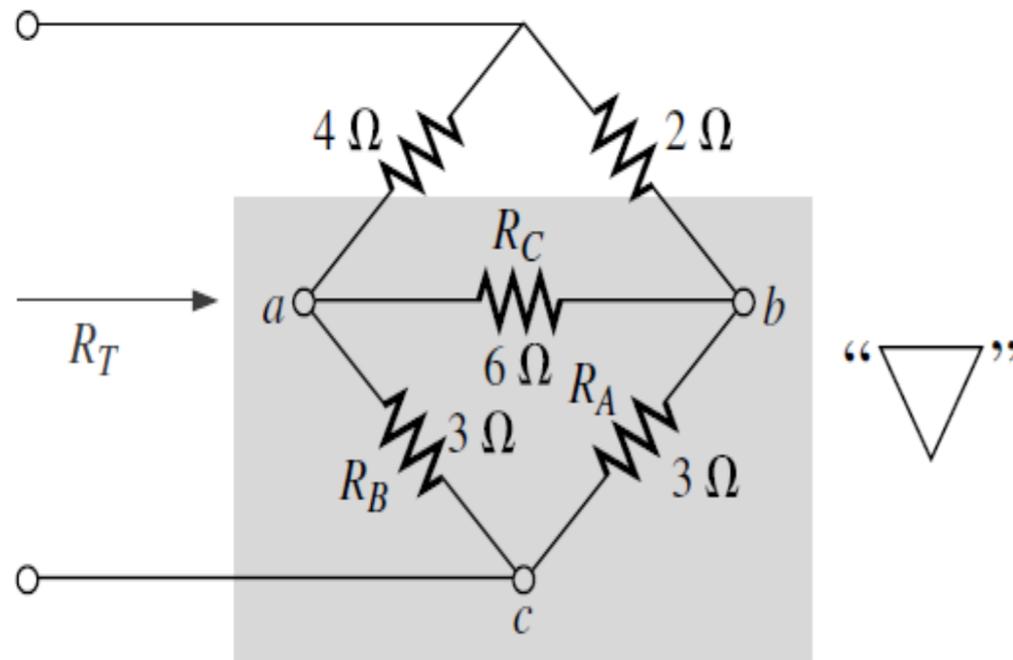


Figura 8.84 Exemplo 8.29.

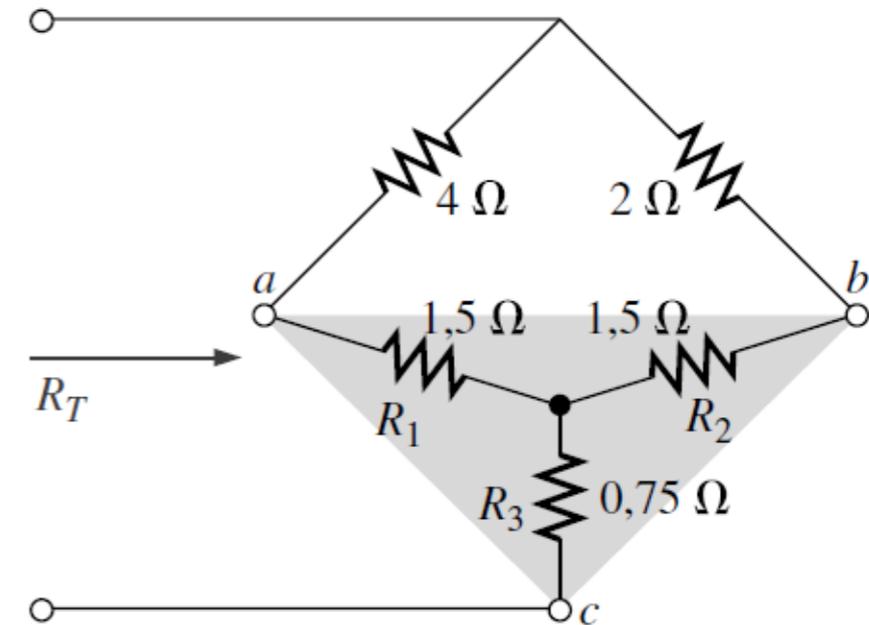
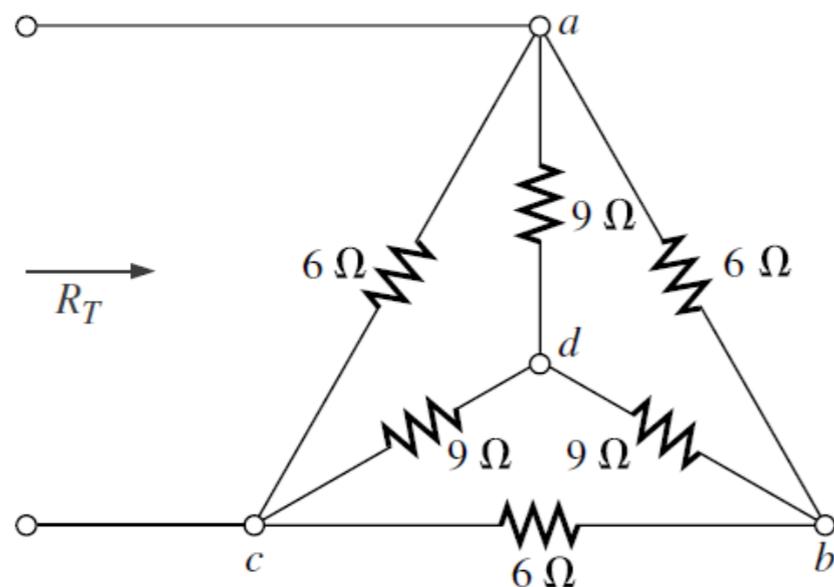


Figura 8.85 Substituindo Δ na parte inferior da Figura 8.84 pelo Y equivalente.

$$R_T = 0,75 + \frac{(1,5 + 4) \cdot (1,5 + 2)}{1,5 + 4 + 1,5 + 2} = 2,89\Omega$$

Conversões Y-Δ



$$R_T = 2 \cdot \frac{2 \cdot 9}{2 + 9} = 3,27\Omega$$

Figura 8.86 Exemplo 8.30.

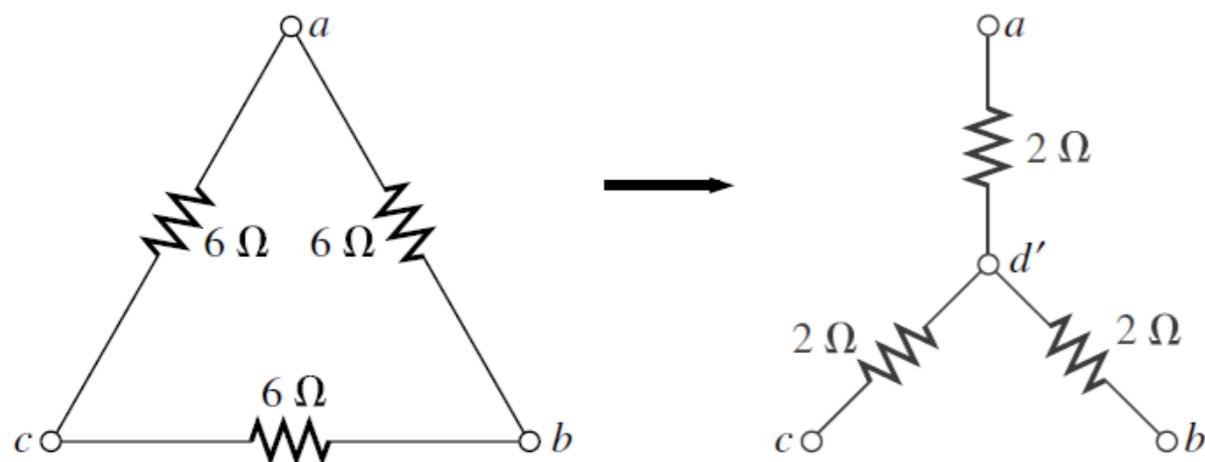


Figura 8.87 Conversão da configuração Δ da Figura 8.86 em uma configuração Y.

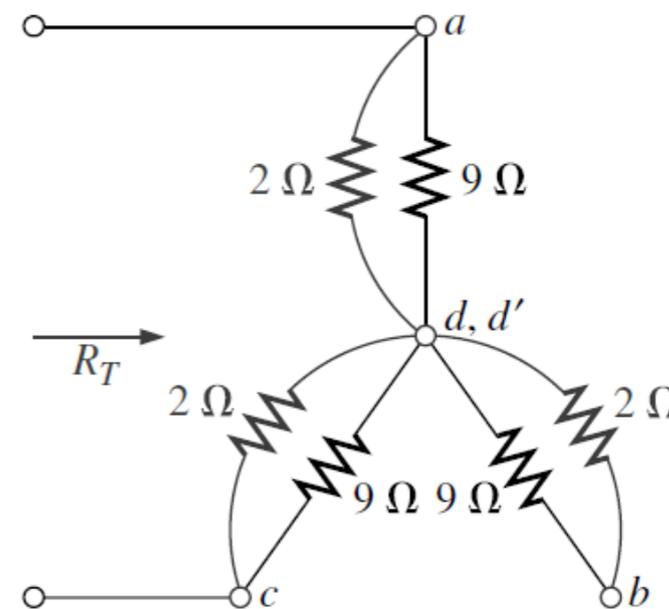


Figura 8.88 Substituição da configuração Δ pela Y no circuito da Figura 8.86.

Conversões Y- Δ

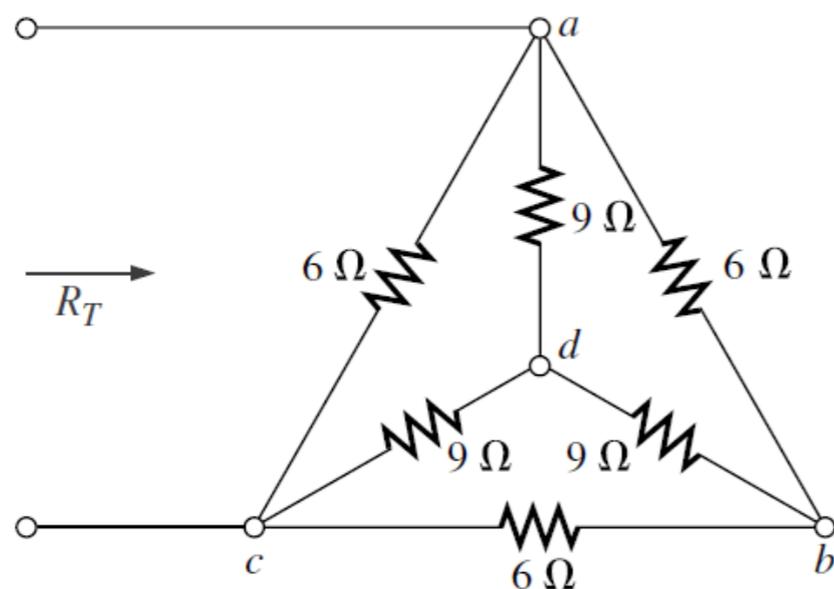


Figura 8.86 Exemplo 8.30.

Solução mais trabalhosa.

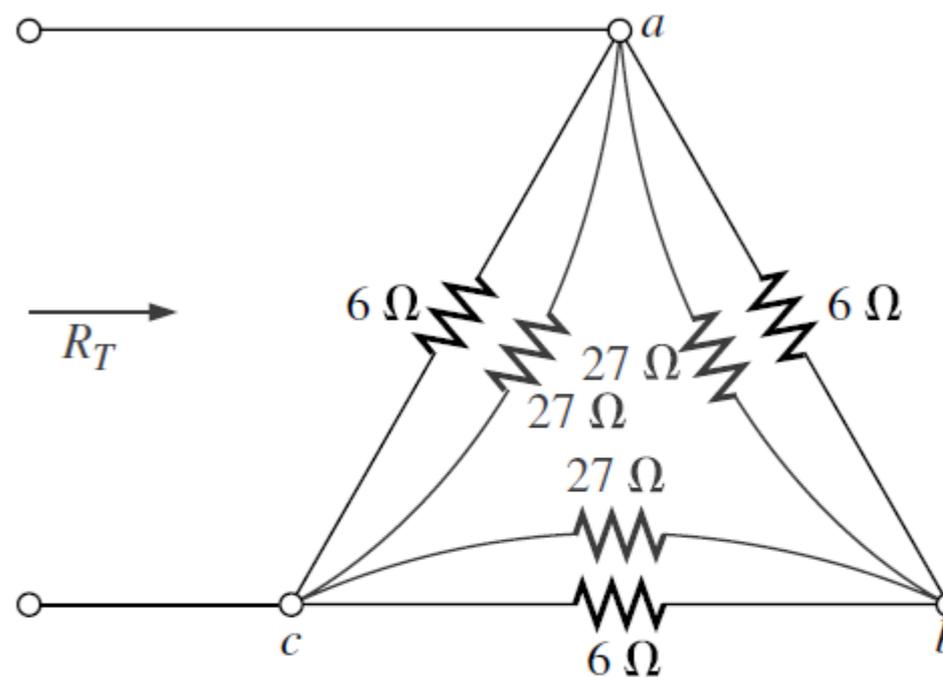
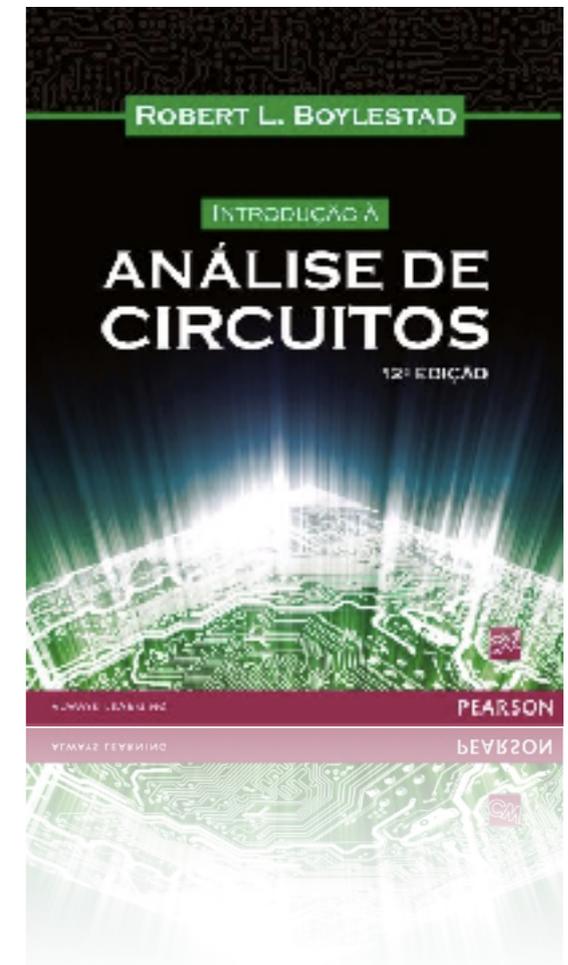
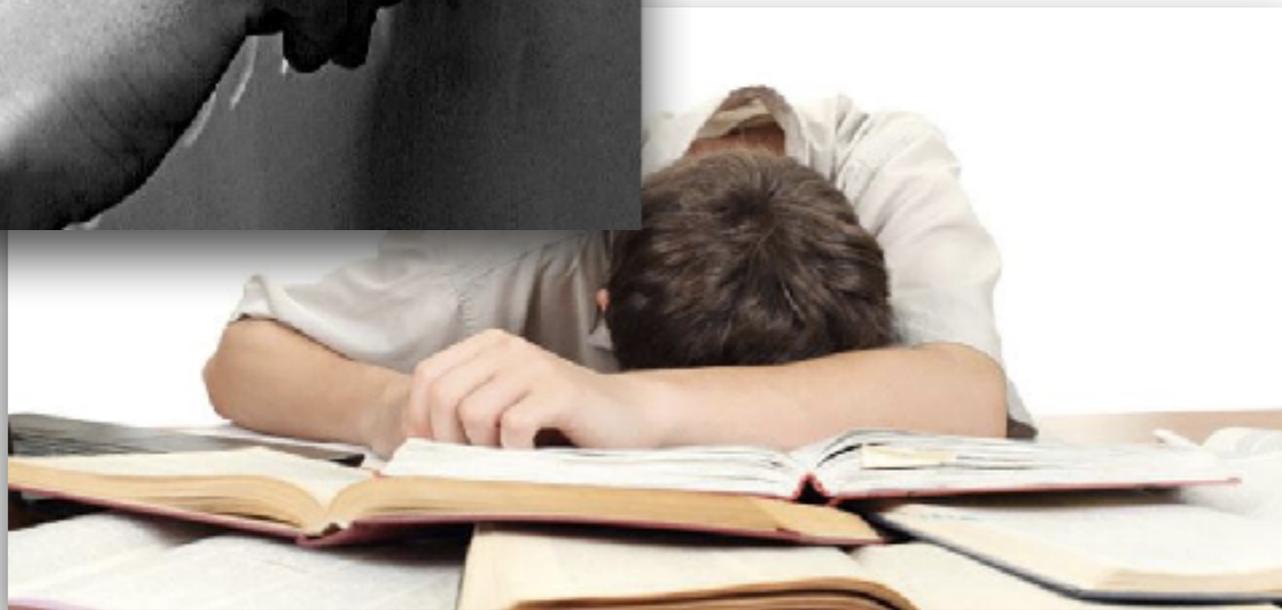
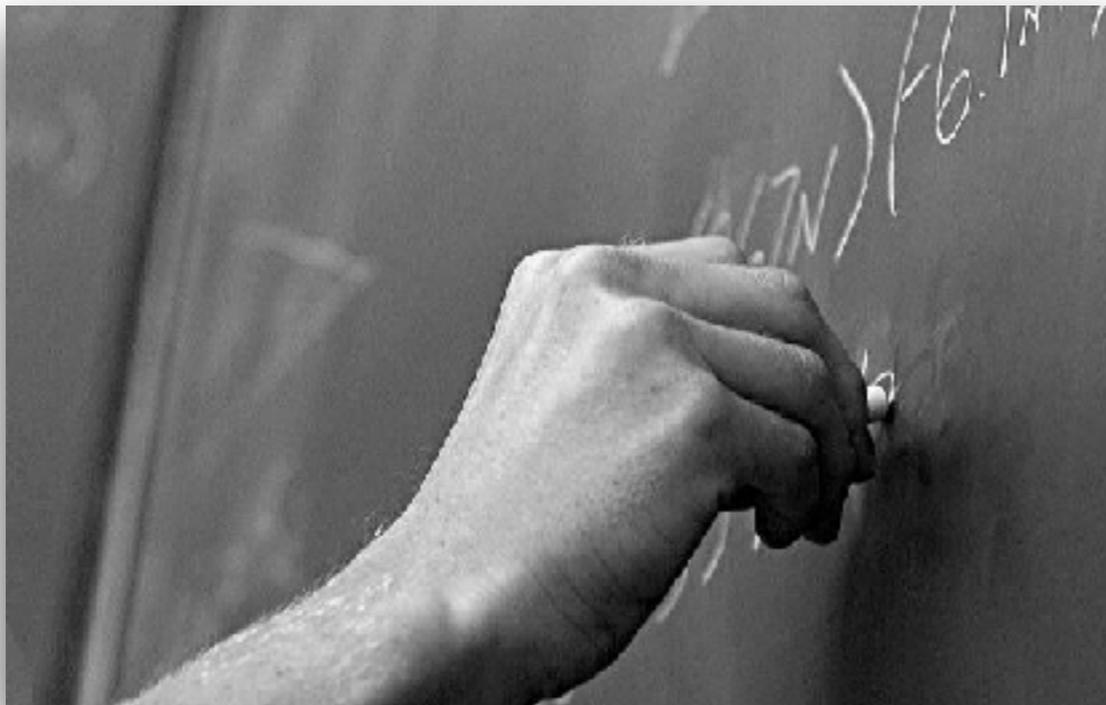


Figura 8.89 Substituição da configuração Y no circuito da Figura 8.86.

Demonstrações

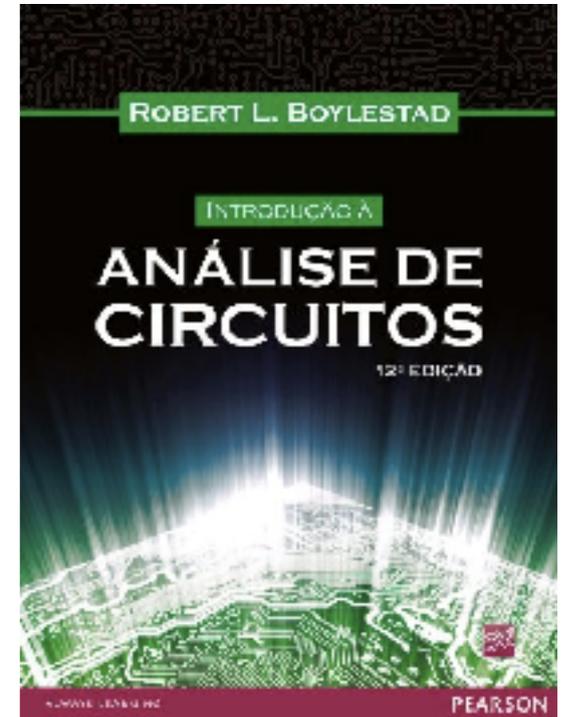
Exemplos:

- Exemplos e problemas do capítulo 8 - Métodos de análise de circuitos do livro *Análise de Circuitos* de Robert L. Boylestad, Pearson, 2012.

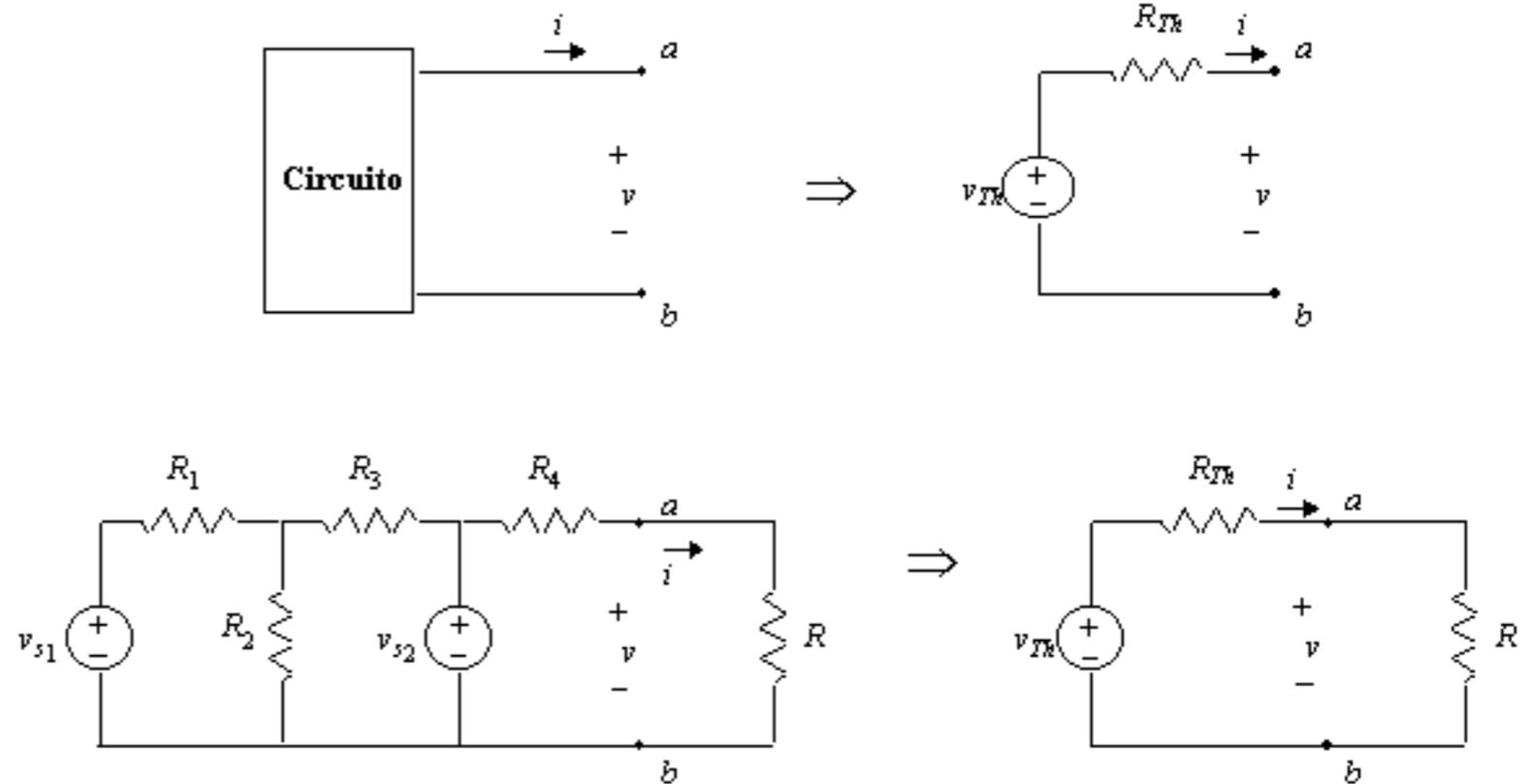


Durante e após a aula:

- Ler o capítulo 8 - Métodos de análise de circuitos do livro *Análise de Circuitos* de Robert L. Boylestad, Pearson, 2012.



Teoremas de análise de circuitos.



Fonte: http://www.ufrgs.br/eng04030/Aulas/teoria/cap_06/thevenin.htm