



Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Santa Catarina
Departamento Acadêmico de Eletrônica
Circuitos Elétricos I



Análise dos Nós

Prof. Clovis Antonio Petry.

Florianópolis, setembro de 2020.

Curso Básico de Circuitos Elétricos I

O material do curso está disponível em:

1. Moodle para os alunos matriculados na disciplina.
2. Página do professor.
3. Canal no youtube do professor.



<https://moodle.ifsc.edu.br>



www.ProfessorPetry.com.br



<https://www.youtube.com>

Agenda

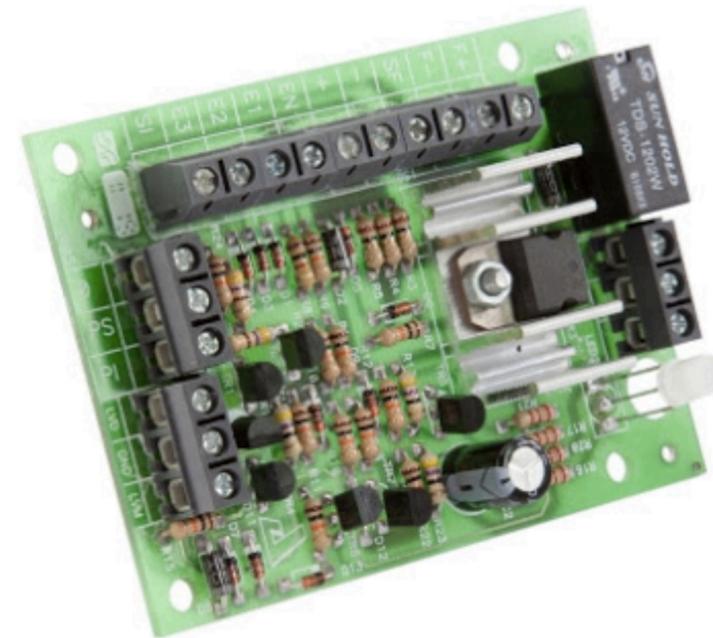
Esta aula está organizada em:

1. Análise dos nós:
 - explicações e conceitos;
 - exemplos de aplicação.



Motivação

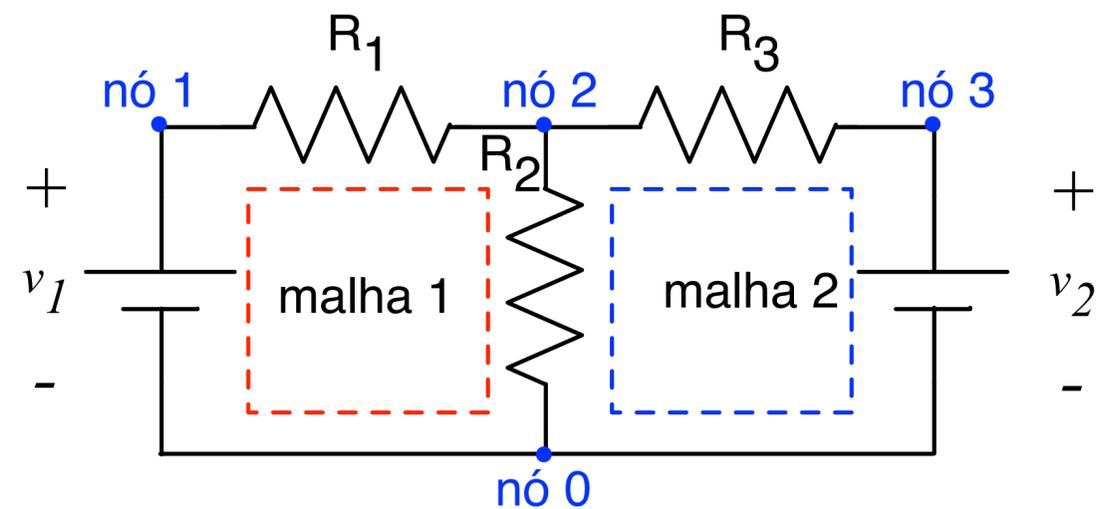
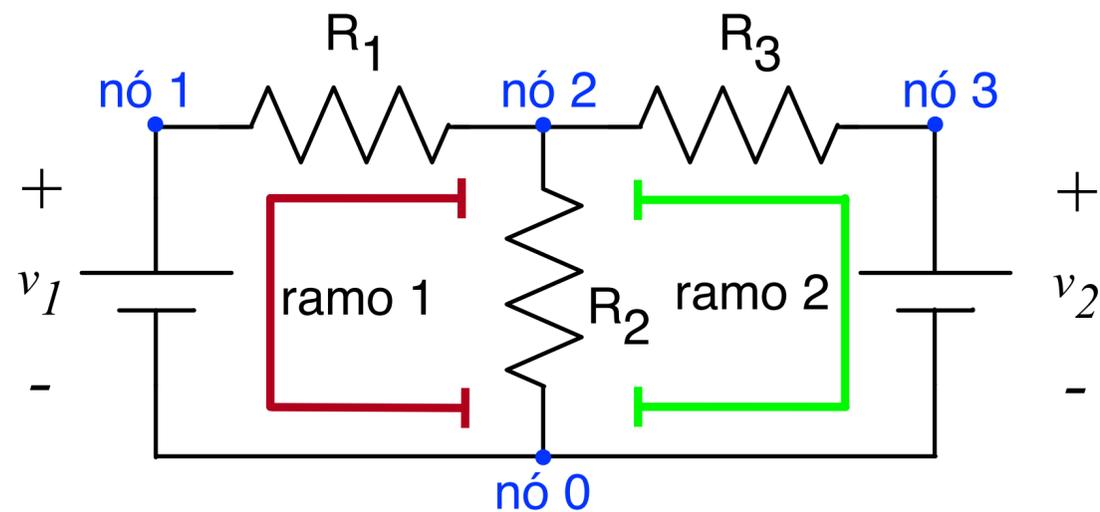
A análise de circuitos utilizando a análise de malhas ou nós é muito comum durante o projeto de equipamentos e dispositivos eletrônicos, como por exemplo circuitos para controle de acesso, automação industrial, etc.



Análise dos Nós

Definições importantes:

- Nó - ponto do circuito no qual dois ou mais componentes estão conectados;
- Ramo - caminho entre dois nós, sendo a corrente a mesma em todos os elementos deste caminho (ramo);
- Malha - caminho fechado ao longo de um circuito elétrico.



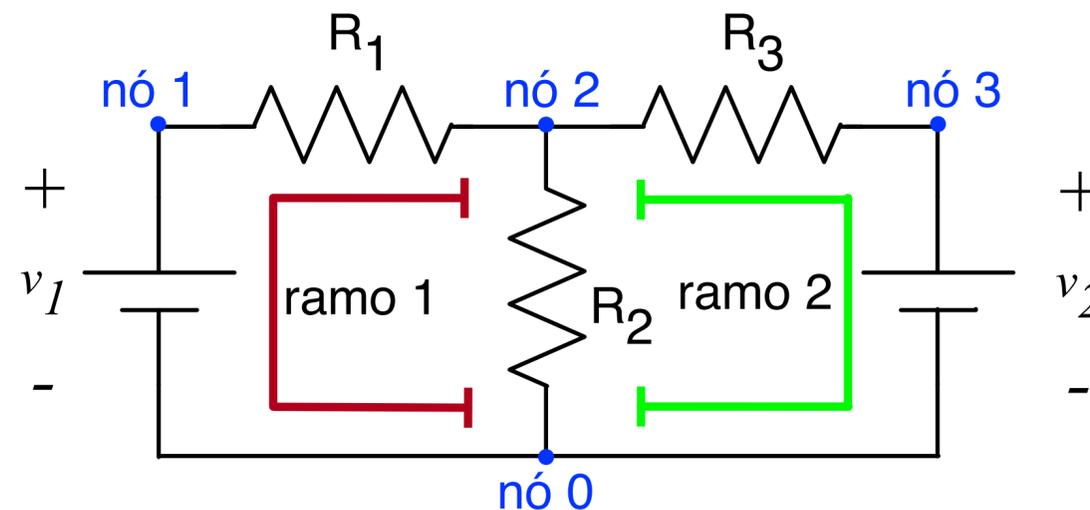
Análise dos Nós

Notar que:

- Nó 0 - tensão nula, pois este é o nó de referência, $V_0 = 0$;
- Nó 1 - tensão dada pela fonte v_1 , $V_1 = v_1$;
- Nó 3 - tensão dada pela fonte v_2 , $V_3 = v_2$.

Convenção:

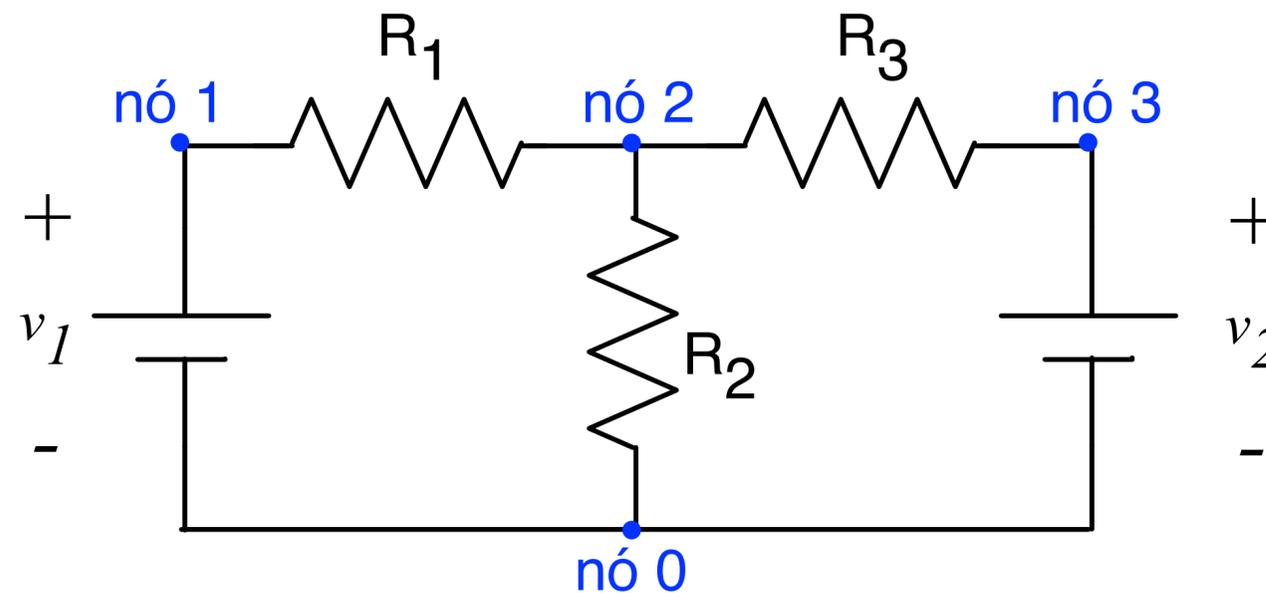
- V_{21} - tensão entre os nós 2 e 1, diferença de potencial do nó 2 menos a diferença de potencial no nó 1, $V_{21} = V_2 - V_1$;
- V_{10} - tensão entre os nós 1 e 0 (referência), diferença de potencial do nó 1 menos a diferença de potencial no nó 0, $V_{10} = V_1 - V_0 = V_1 - 0 = V_1$.



Análise dos Nós

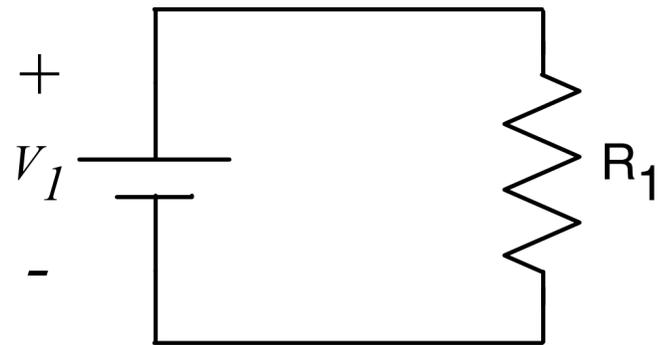
Passos para aplicar a análise nodal:

1. Identificar todas as tensões e correntes nos componentes;
2. Identificar os nós do circuito e ramos do circuito;
3. Definir o nó de referência;
4. Expressar as tensões conhecidas nos nós;
5. Aplicar as Lei de Kirchhoff das Correntes para cada nó com tensão desconhecida, considerando que as correntes saem daquele nó, independente do sentido verdadeiro das correntes do circuito;
6. Resolver o sistema de equações lineares obtido.



Análise dos Nós

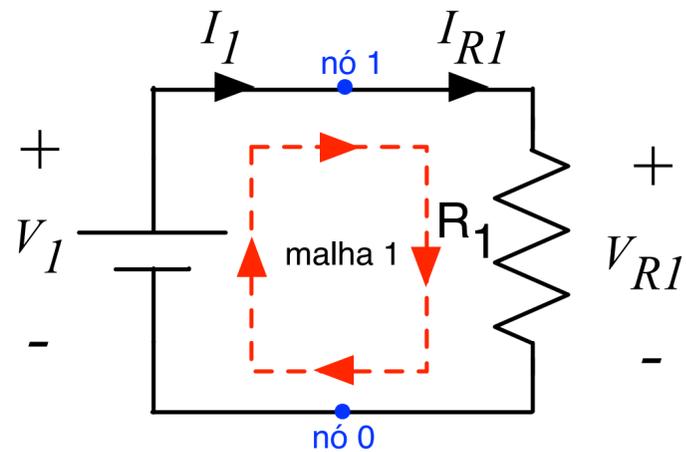
Circuito simples com dois nós:



$$V_o = 0$$

$$V_1 = V_1$$

$$V_{R1} = V_{10} = V_1$$



$$I_1 = I_{R1} = \frac{V_{R1}}{R_1} = \frac{V_1}{R_1}$$

Exemplo 1:

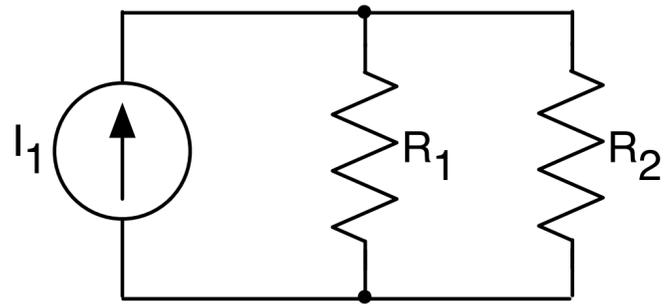
- Uma fonte de tensão possui tensão de 12 V e está conectada em um resistor de 2 Ω. Determine a corrente e a tensão no resistor.

$$V_{R1} = V_1 = 12V$$

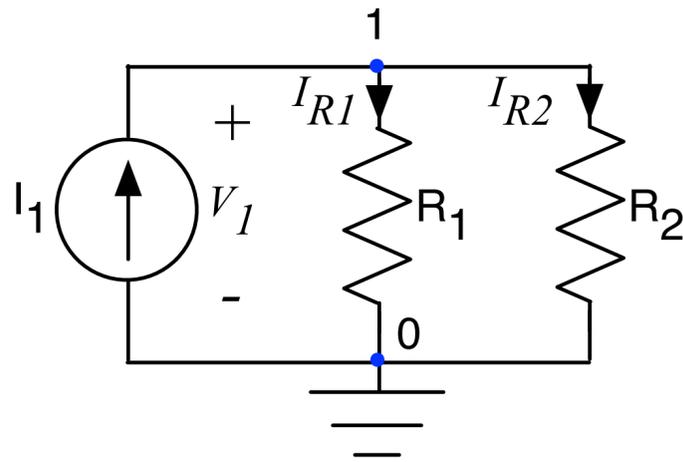
$$I_1 = I_{R1} = \frac{V_{R1}}{R_1} = \frac{V_1}{R_1} = \frac{12}{2} = 6A$$

Análise dos Nós

Circuito simples com dois nós:



Símbolos para a referência (GND)



$$I_{R1} + I_{R2} = I_1 \rightarrow \frac{V_1}{R_1} + \frac{V_1}{R_2} = I_1 \rightarrow V_1 \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = I_1$$

$$V_1 = \frac{I_1}{\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)}$$

Exemplo 2:

- O circuito da figura ao lado é formado por três componentes, sendo uma fonte de alimentação de 3 A (I_1) e dois resistores: $R_1 = 5 \Omega$ e $R_2 = 3 \Omega$. Determine todas as correntes e tensões nos elementos do circuito.

$$-I_1 + I_{R1} + I_{R2} = 0 \rightarrow I_{R1} + I_{R2} = I_1$$

$$I_{R1} = \frac{V_{R1}}{R_1} = \frac{V_{10}}{R_1} = \frac{V_1}{R_1}$$

$$I_{R2} = \frac{V_{R2}}{R_2} = \frac{V_{10}}{R_2} = \frac{V_1}{R_2}$$

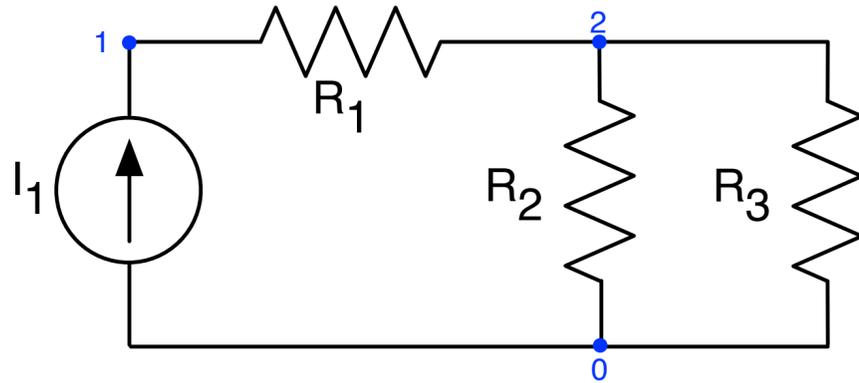
$$V_1 = \frac{I_1}{\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)} = \frac{3}{\left(\frac{1}{5} + \frac{1}{3} \right)} = 5,625V$$

$$I_{R1} = \frac{V_1}{R_1} = \frac{5,625}{5} = 1,125A$$

$$I_{R2} = \frac{V_1}{R_2} = \frac{5,625}{3} = 1,875A$$

Análise dos Nós

Circuito com três nós:



$$-I_1 + I_{R1} = 0 \rightarrow -I_1 + \frac{V_{12}}{R_1} = 0 \rightarrow -I_1 + \frac{V_1 - V_2}{R_1} = 0 \rightarrow \frac{V_1}{R_1} - \frac{V_2}{R_1} = I_1$$

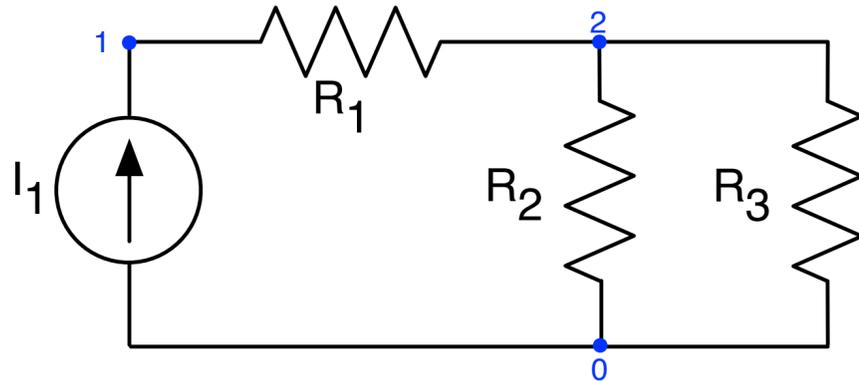
$$+\frac{V_2 - V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} + \frac{V_2}{R_3} = 0 \rightarrow -\frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} + \frac{V_2}{R_3} = 0$$

$$-\frac{V_1}{R_1} + V_2 \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) = 0$$

$$\begin{cases} \frac{V_1}{R_1} - \frac{V_2}{R_1} = I_1 \\ -\frac{V_1}{R_1} + V_2 \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) = 0 \end{cases}$$

Análise dos Nós

Circuito com três nós:



Exemplo 3:

- Uma fonte de corrente possui corrente de 3 A e está conectada em três resistores, R_1 , R_2 e R_3 , conforme o circuito da figura ao lado. Os resistores tem resistência de 5Ω (R_1), 3Ω (R_2) e 2Ω (R_3). Determine as tensões dos nós do circuito.

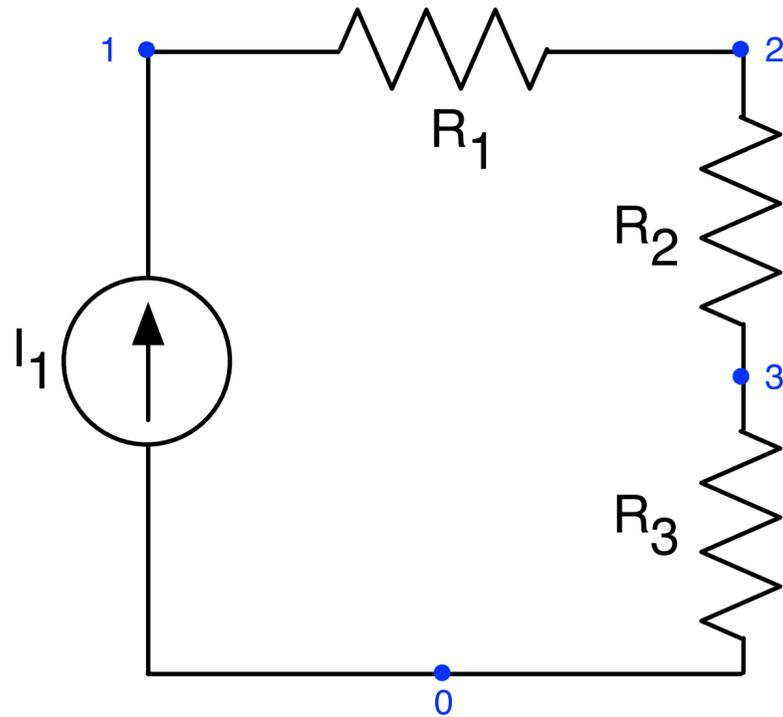
$$\begin{cases} \frac{V_1}{R_1} - \frac{V_2}{R_1} = I_1 \\ -\frac{V_1}{R_1} + V_2 \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \frac{V_1}{5} - \frac{V_2}{5} = 3 \\ -\frac{V_1}{5} + V_2 \cdot \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \right) = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \frac{V_1}{5} - \frac{V_2}{5} = 3 \\ -\frac{V_1}{5} + \frac{31 \cdot V_2}{30} = 0 \end{cases} \quad \begin{matrix} V_1 = 18,6V \\ V_2 = 3,6V \end{matrix}$$

$$R_T = R_1 + R_2 // R_3 = 5 + \frac{2 \cdot 3}{2 + 3} = 6,2 \Omega$$

$$V_1 = R_T \cdot I_1 = 6,2 \cdot 3 = 18,6V$$

Análise dos Nós

Circuito com quatro nós:



$$-I_1 + \frac{V_1 - V_2}{R_1} = 0 \rightarrow \frac{V_1}{R_1} - \frac{V_2}{R_1} = I_1$$

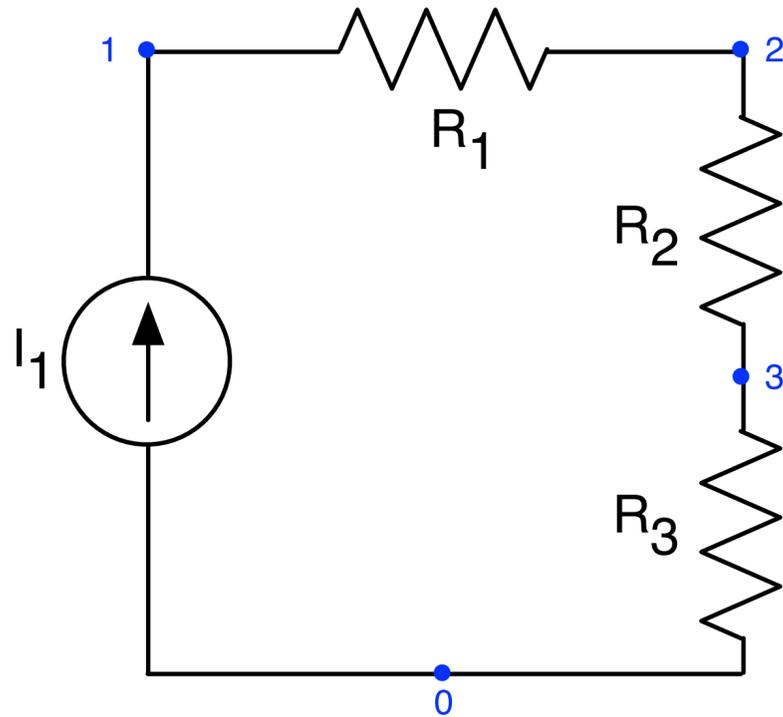
$$+\frac{V_2 - V_1}{R_1} + \frac{V_2 - V_3}{R_2} = 0 \rightarrow -\frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} - \frac{V_3}{R_2} = 0 \rightarrow -\frac{V_1}{R_1} + V_2 \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) - \frac{V_3}{R_2} = 0$$

$$+\frac{V_3}{R_3} + \frac{V_3 - V_2}{R_2} = 0 \rightarrow -\frac{V_2}{R_2} + \frac{V_3}{R_2} + \frac{V_3}{R_3} = 0 \rightarrow -\frac{V_2}{R_2} + V_3 \cdot \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) = 0$$

$$\begin{cases} \frac{V_1}{R_1} - \frac{V_2}{R_1} = I_1 \\ -\frac{V_1}{R_1} + V_2 \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) - \frac{V_3}{R_2} = 0 \\ -\frac{V_2}{R_2} + V_3 \cdot \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) = 0 \end{cases}$$

Análise dos Nós

Circuito com quatro nós:



Exemplo 4:

- Uma fonte de corrente com corrente de 2 A está conectada em três resistores, sendo eles: $R_1 = 10 \Omega$, $R_2 = 5 \Omega$ e $R_3 = 2 \Omega$; conforme mostrado na figura ao lado. Determine as tensões sobre os resistores.

$$\begin{cases} \frac{V_1}{R_1} - \frac{V_2}{R_1} = I_1 \\ -\frac{V_1}{R_1} + V_2 \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) - \frac{V_3}{R_2} = 0 \\ -\frac{V_2}{R_2} + V_3 \cdot \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \frac{V_1}{10} - \frac{V_2}{10} = 2 \\ -\frac{V_1}{10} + V_2 \cdot \left(\frac{1}{10} + \frac{1}{5} \right) - \frac{V_3}{5} = 0 \\ -\frac{V_2}{5} + V_3 \cdot \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{2} \right) = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \frac{V_1}{10} - \frac{V_2}{10} = 2 \\ -\frac{V_1}{10} + \frac{3 \cdot V_2}{10} - \frac{V_3}{5} = 0 \\ -\frac{V_2}{5} + \frac{7 \cdot V_3}{10} = 0 \end{cases}$$

$$V_1 = 34V$$

$$V_2 = 14V$$

$$V_3 = 4V$$

$$V_{R1} = V_1 - V_2 = 34 - 14 = 20V$$

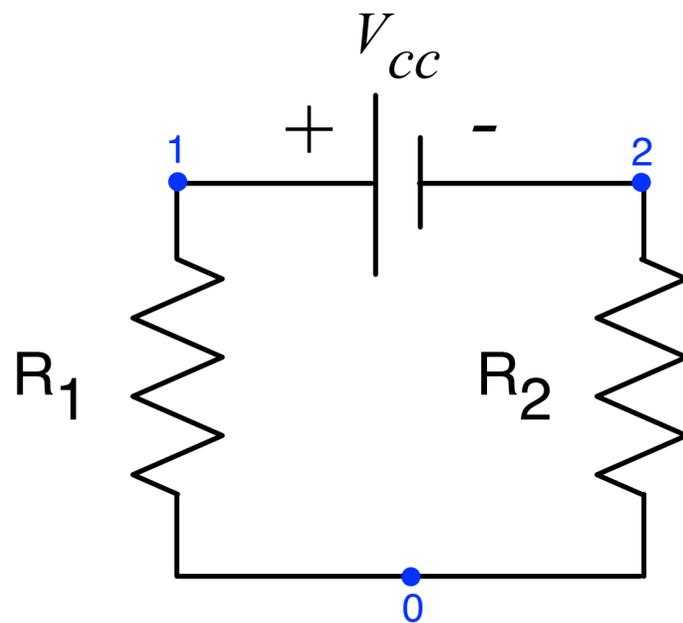
$$V_{R2} = V_2 - V_3 = 14 - 4 = 10V$$

$$V_{R3} = V_3 - V_0 = 4 - 0 = 4V$$

Análise dos Nós

Super nós:

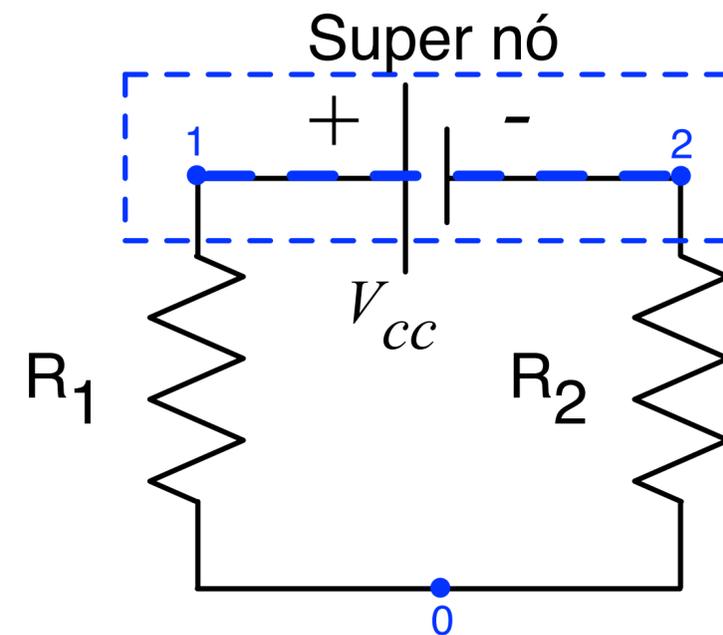
- Qual a corrente entre os nós 1 e 2, isto é, na fonte de tensão?
- Alternativa: definir um nó que englobe a fonte de tensão. Este nó englobando a fonte de tensão, pode ser chamado de Super Nó.



$$+\frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} = 0$$

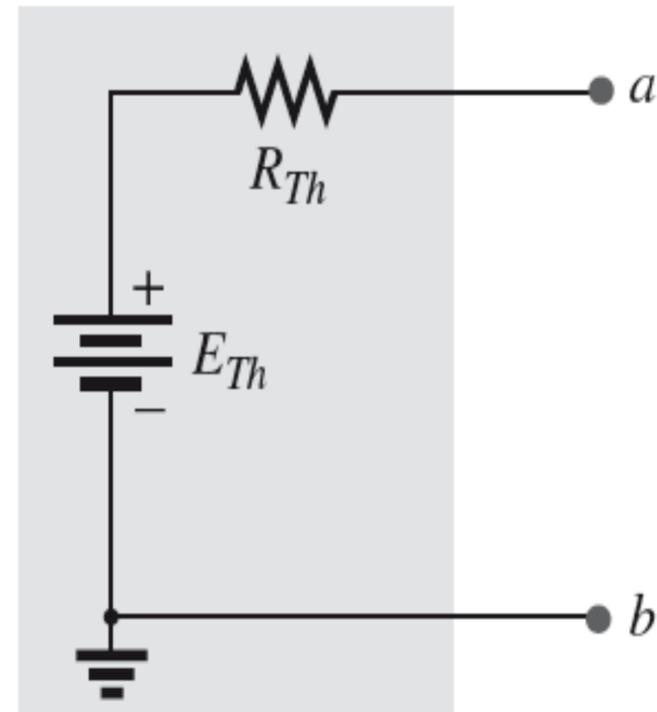
$$V_1 - V_2 = V_{cc}$$

$$\begin{cases} \frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} = 0 \\ V_1 - V_2 = V_{cc} \end{cases}$$



Próxima Aula

Teoremas de Thévenin e Norton



Fonte: Capítulo 9 - Teoremas para análise de circuitos do livro *Análise de Circuitos* de Robert L. Boylestad, Pearson, 2012.