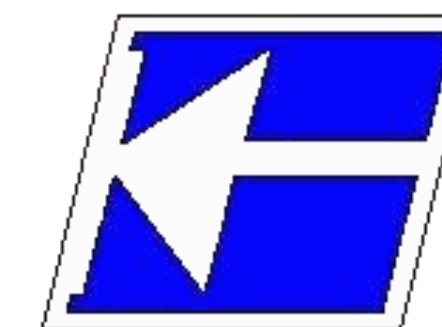




Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Santa Catarina
Departamento Acadêmico de Eletrônica
Circuitos Elétricos I



Análise de Circuitos com Capacitores

Prof. Clovis Antonio Petry.

Florianópolis, outubro de 2020.

Curso Básico de Circuitos Elétricos I

O material do curso está disponível em:

1. Moodle para os alunos matriculados na disciplina.
2. Página do professor.
3. Canal no youtube do professor.



<https://moodle.ifsc.edu.br>



www.ProfessorPetry.com.br



<https://www.youtube.com>

Agenda

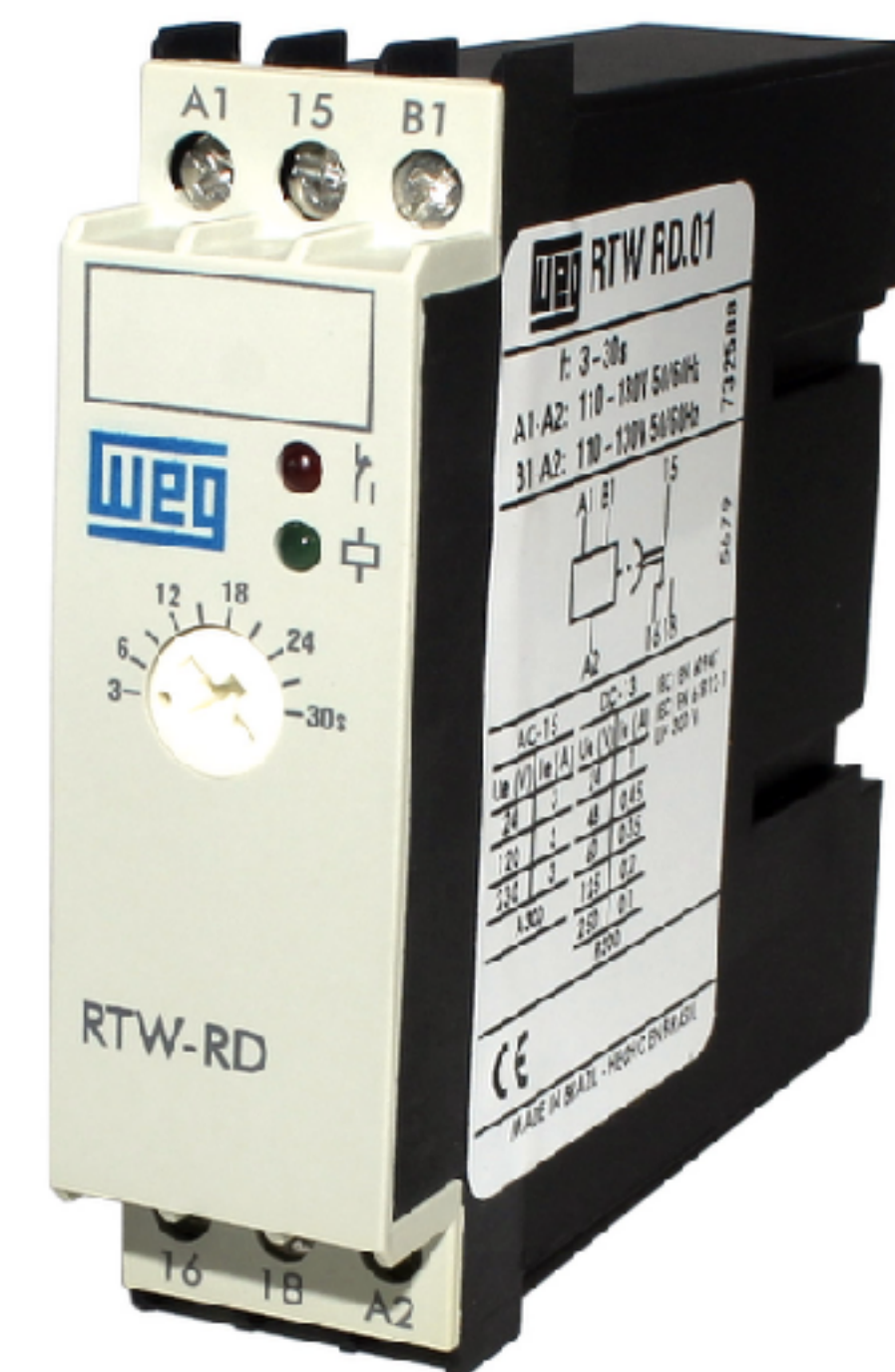
Esta aula está organizada em:

1. Carga e descarga de capacitores:
 - com fonte de corrente;
 - com fonte de tensão e resistores.
2. Energia armazenada em capacitores:
 - cálculo;
 - exemplos.



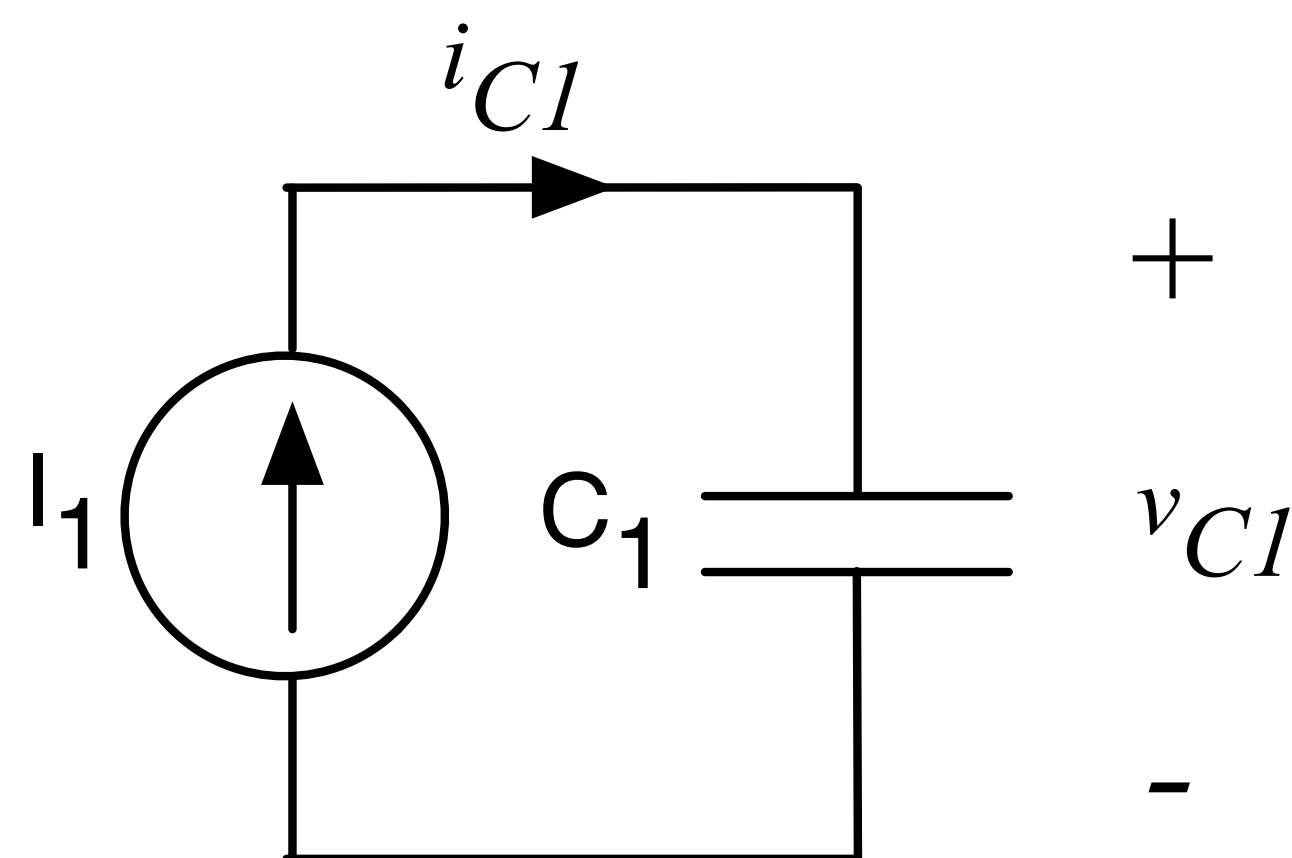
Motivação

Os capacitores são empregados com diversas finalidades em circuitos eletrônicos, por exemplo, em circuitos de temporização.



Transitório de Carga de Capacitores

Carga de capacitores com fonte de corrente:



$$i_{C1}(t) = I_1$$

$$v_{C1}(t) = v_1(t)$$

$$V = \frac{Q}{C} \rightarrow v_{C1}(t) = \frac{q_{C1}(t)}{C_1}$$

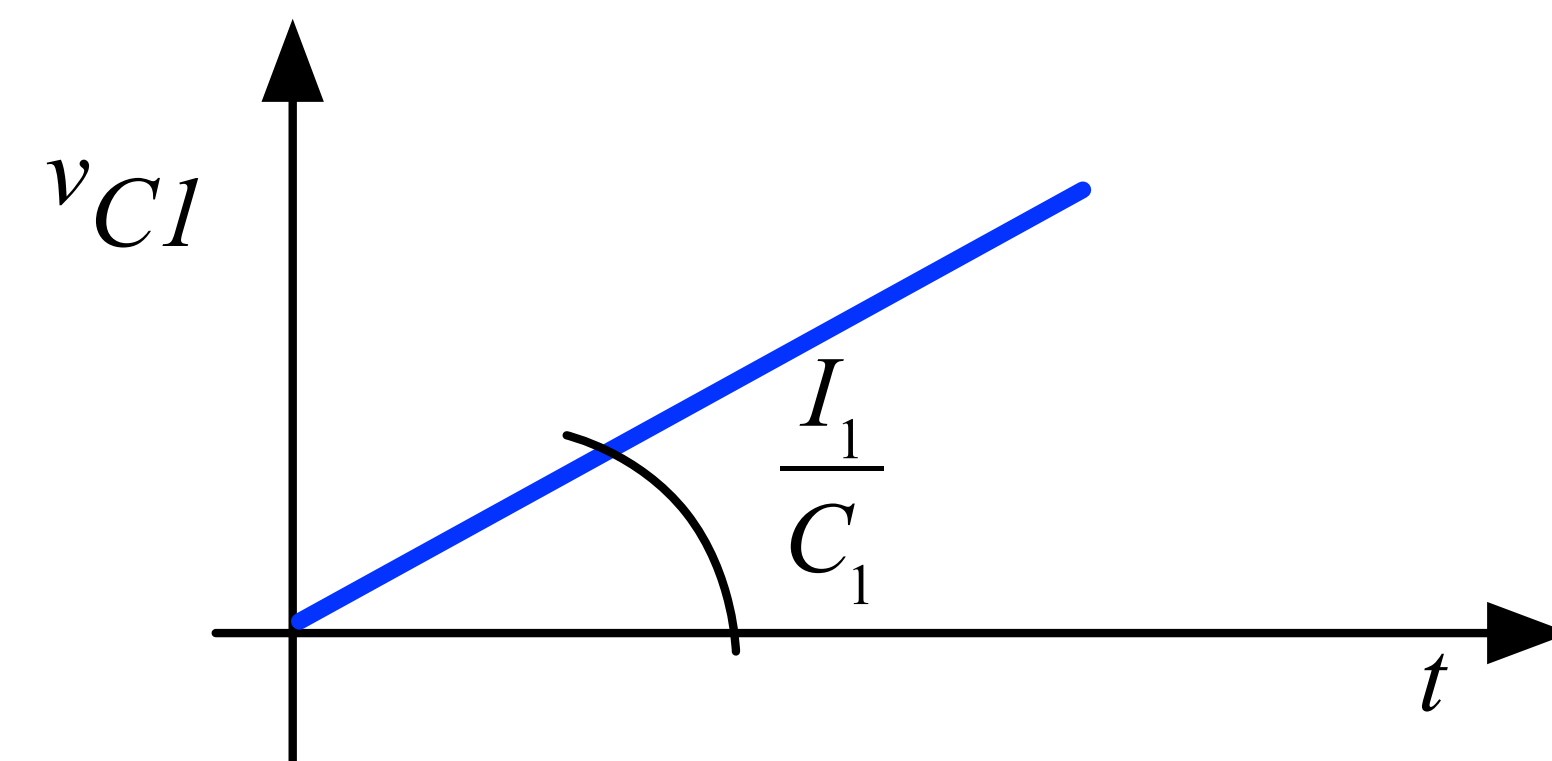
Tensão no capacitor

$$I = \frac{Q}{t} \rightarrow Q = I \cdot t \rightarrow q_{C1}(t) = \int i_{C1}(t) \cdot dt = I_1 \cdot t$$

Definição de corrente

$$v_{C1}(t) = \frac{q_{C1}(t)}{C_1} = \frac{I_1 \cdot t}{C_1} = \frac{I_1}{C_1} \cdot t$$

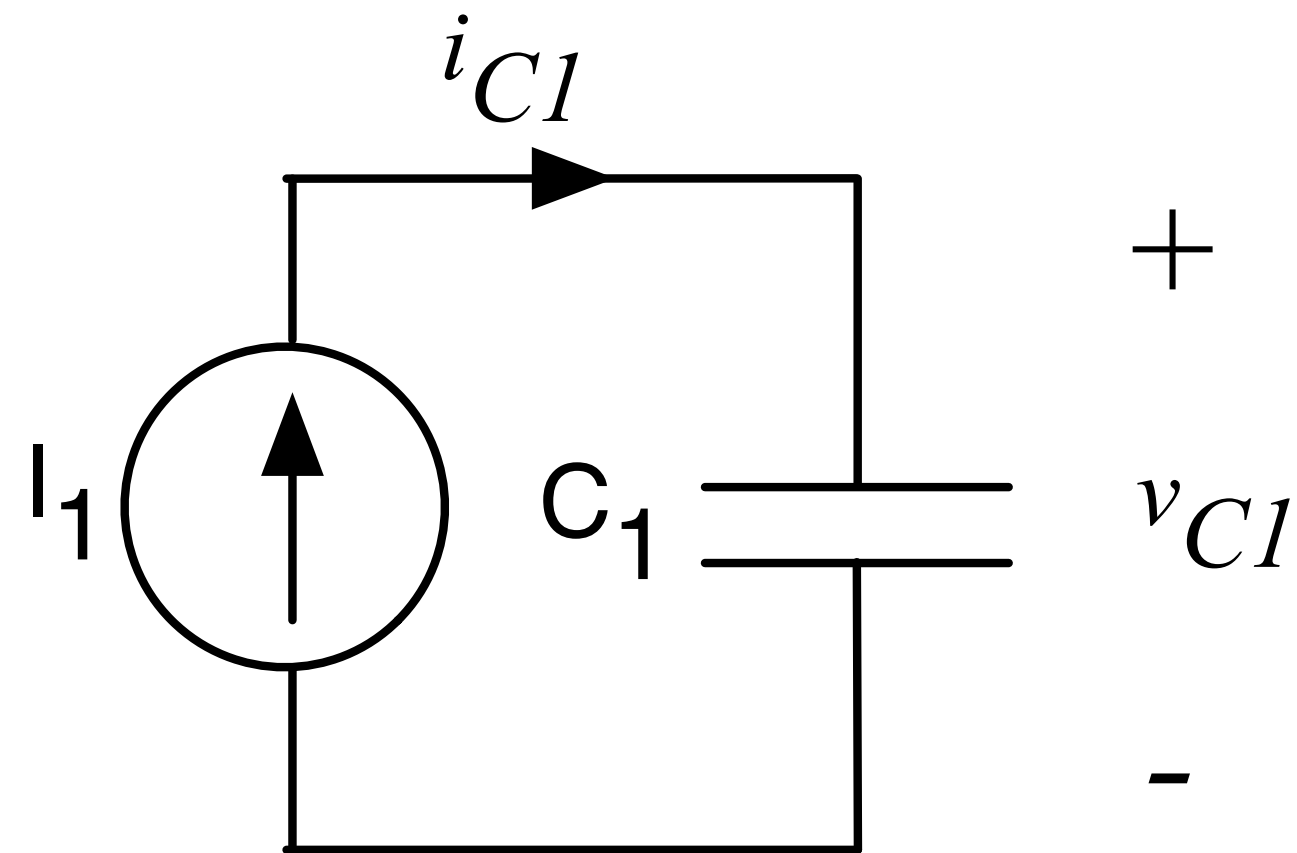
Tensão resultante no capacitor sob carga



$$v_{C1}(t) = v_{C1}(0) + \frac{I_1}{C_1} \cdot t$$

Transitório de Carga de Capacitores

Carga de capacitores com fonte de corrente:



$$v_{C1}(t) = \frac{q_{C1}(t)}{C_1} = \frac{I_1 \cdot t}{C_1} = \frac{I_1}{C_1} \cdot t$$

Exemplo 1:

- Um capacitor de 100 μF é conectado em uma fonte de corrente de 100 mA. A carga inicial do capacitor é nula. Determine a tensão no capacitor após decorridos 1 segundo e 1 minuto.

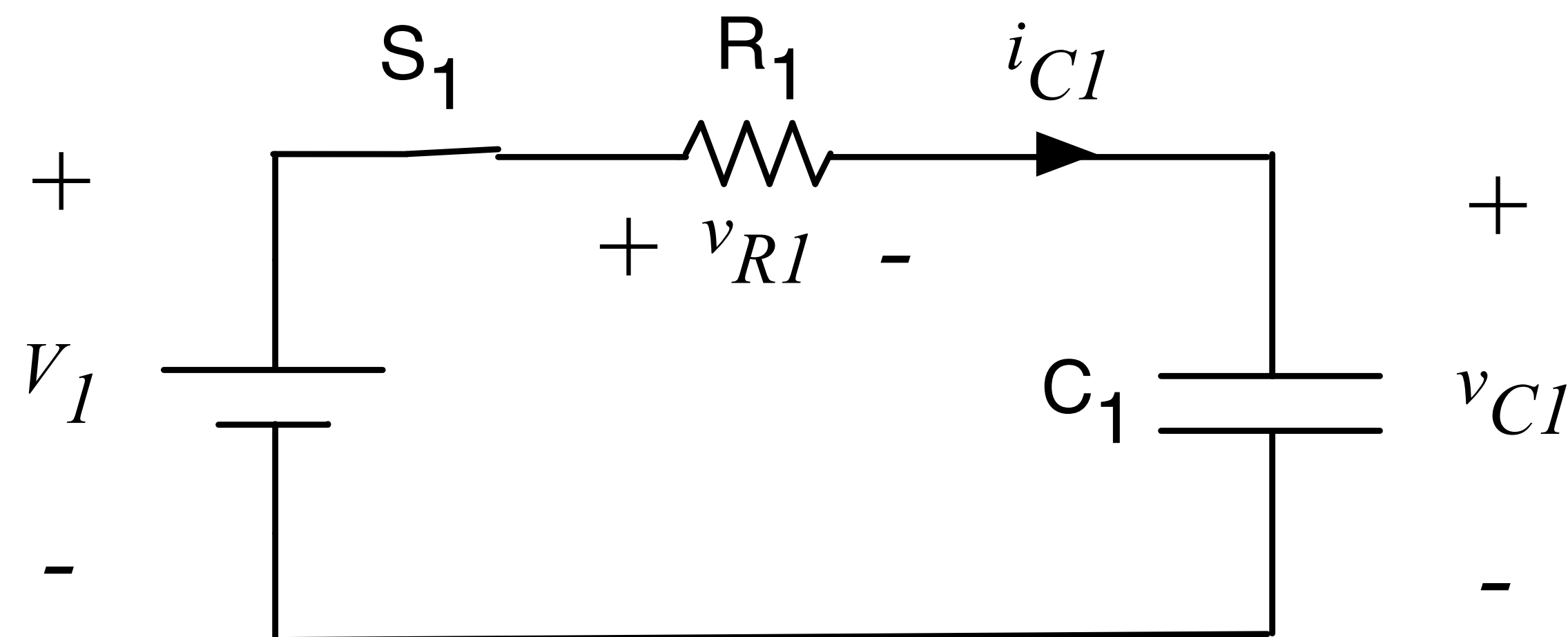
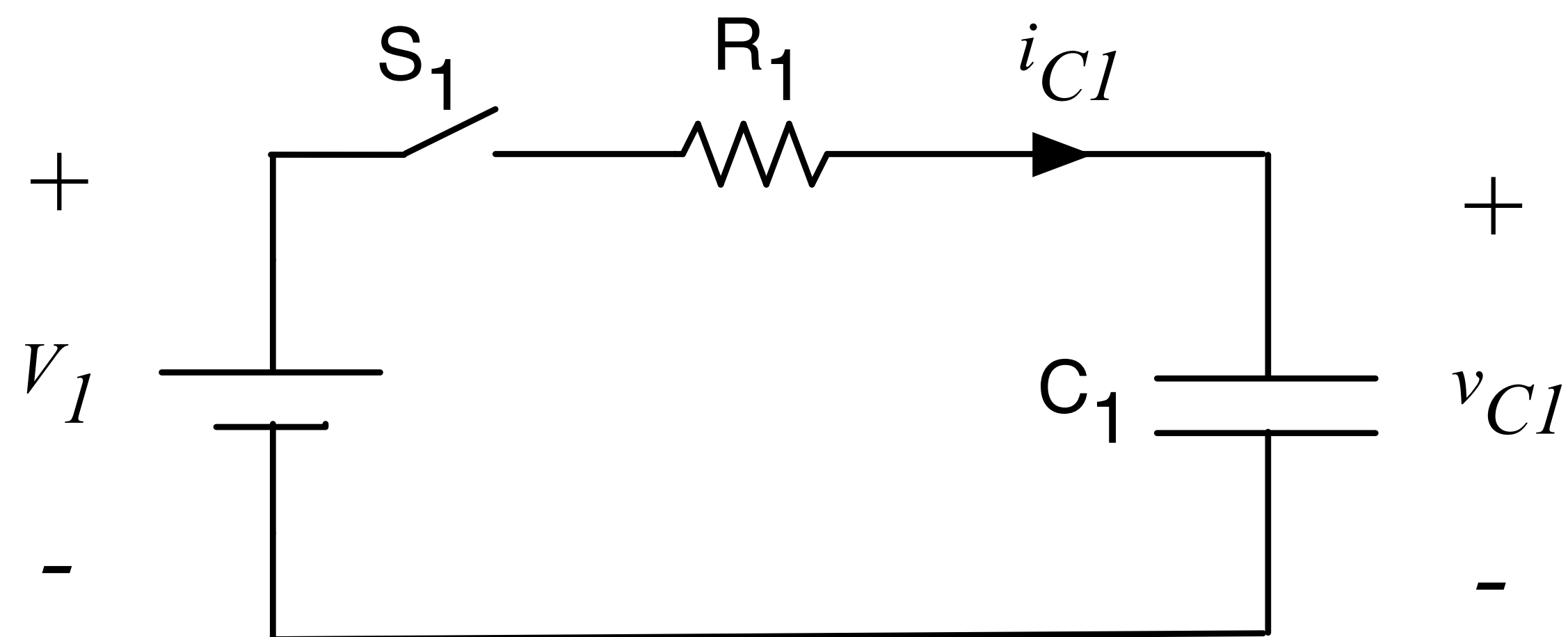
$$v_c(t) = v_c(0) + \frac{I_1}{C} \cdot t = 0 + \frac{I_1}{C} \cdot t = \frac{I_1}{C} \cdot t$$

$$v_c(1s) = \frac{100m}{100\mu} \cdot 1 = 1000V = 1kV$$

$$v_c(1\text{min}) = \frac{100m}{100\mu} \cdot 1 \cdot 60 = 60000V = 60kV$$

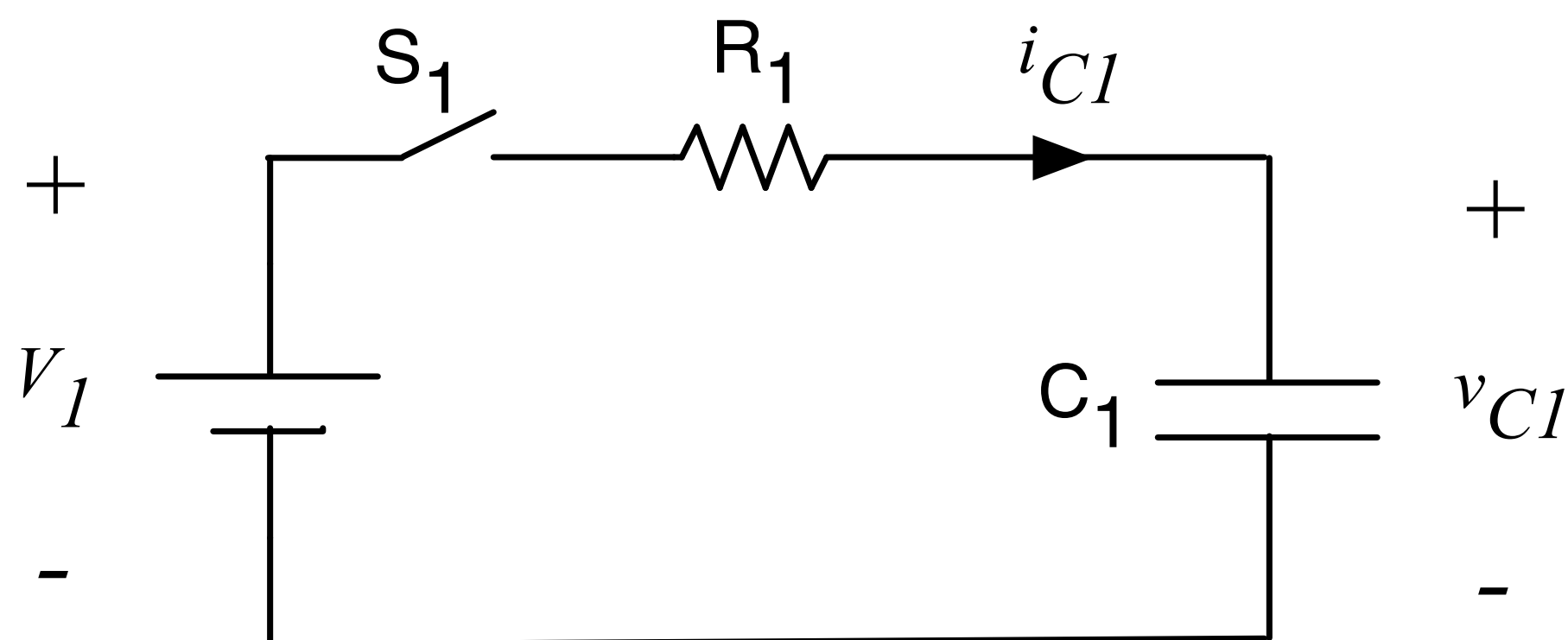
Transitório de Carga de Capacitores

Carga de capacitores com fonte de tensão e resistores:



Transitório de Carga de Capacitores

Carga de capacitores com fonte de tensão e resistores:



$$v_{C1}(0) = 0$$

$$i_{C1}(0) = 0$$

$$i_{V1}(0) = i_{S1}(0) = i_{R1}(0) = i_{C1}(t)$$

Condições iniciais

$$i_{C1}(t) = i_{R1}(t)$$

$$i_{R1}(t) = \frac{v_{R1}(t)}{R_1} = \frac{V_1 - v_{C1}(t)}{R_1}$$

$$i_{C1}(t) = \frac{V_1 - v_{C1}(t)}{R_1}$$

Circuito com uma malha apenas

$$v_{C1}(t) = \frac{q_{C1}(t)}{C_1}$$

$$q_{C1}(t) = \int i_{C1}(t) \cdot dt$$

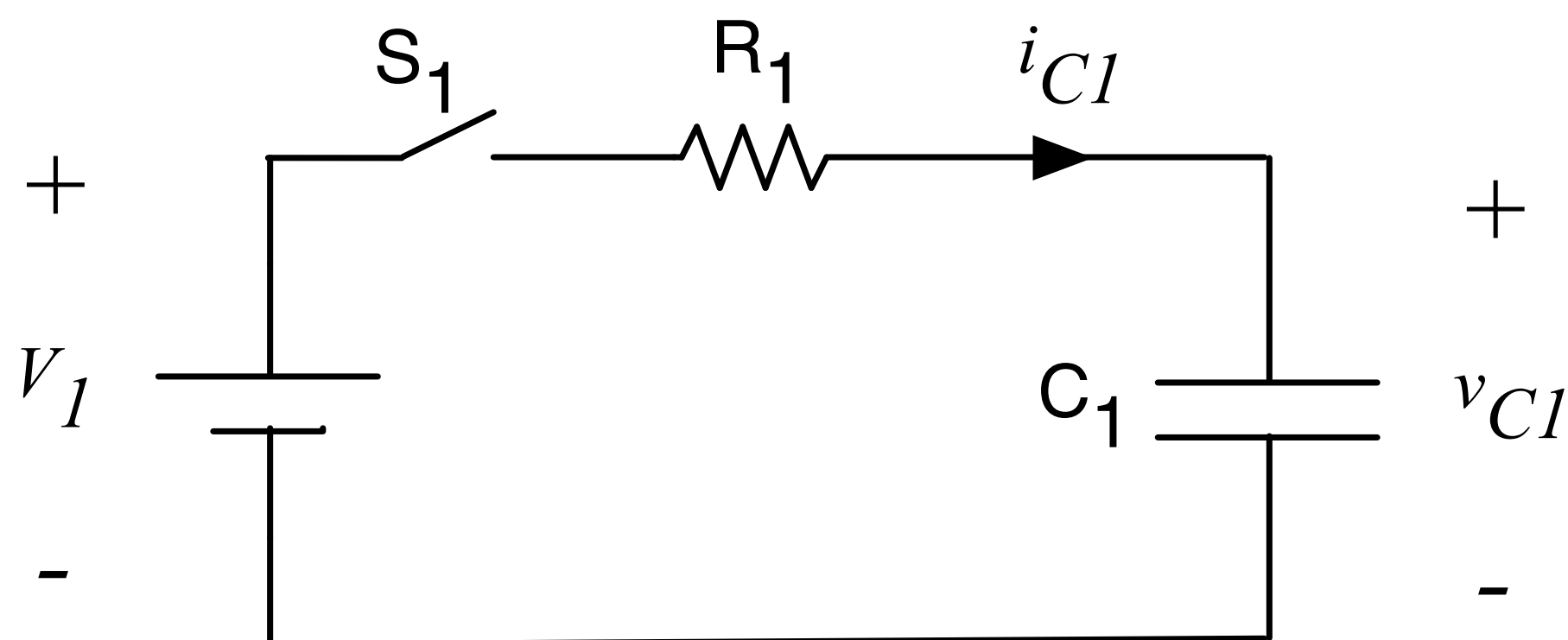
$$v_{C1}(t) = \frac{q_{C1}(t)}{C_1} = \frac{\int i_{C1}(t) \cdot dt}{C_1} = \frac{1}{C_1} \cdot \int i_{C1}(t) \cdot dt$$

$$i_{C1}(t) = C_1 \cdot \frac{dv_{C1}(t)}{dt}$$

Relações em um capacitor

Transitório de Carga de Capacitores

Carga de capacitores com fonte de tensão e resistores:



$$v_{C1}(t) = V_1 - V_1 \cdot e^{-\frac{t}{R_1 \cdot C_1}}$$

Solução da equação diferencial

$$\tau = R_1 \cdot C_1$$

Constante de tempo

$$i_{C1}(t) = \frac{V_1 - v_{C1}(t)}{R_1} = C_1 \cdot \frac{dv_{C1}(t)}{dt}$$

$$C_1 \cdot \frac{dv_{C1}(t)}{dt} + \frac{v_{C1}(t)}{R_1} = \frac{V_1}{R_1}$$

Equação diferencial linear

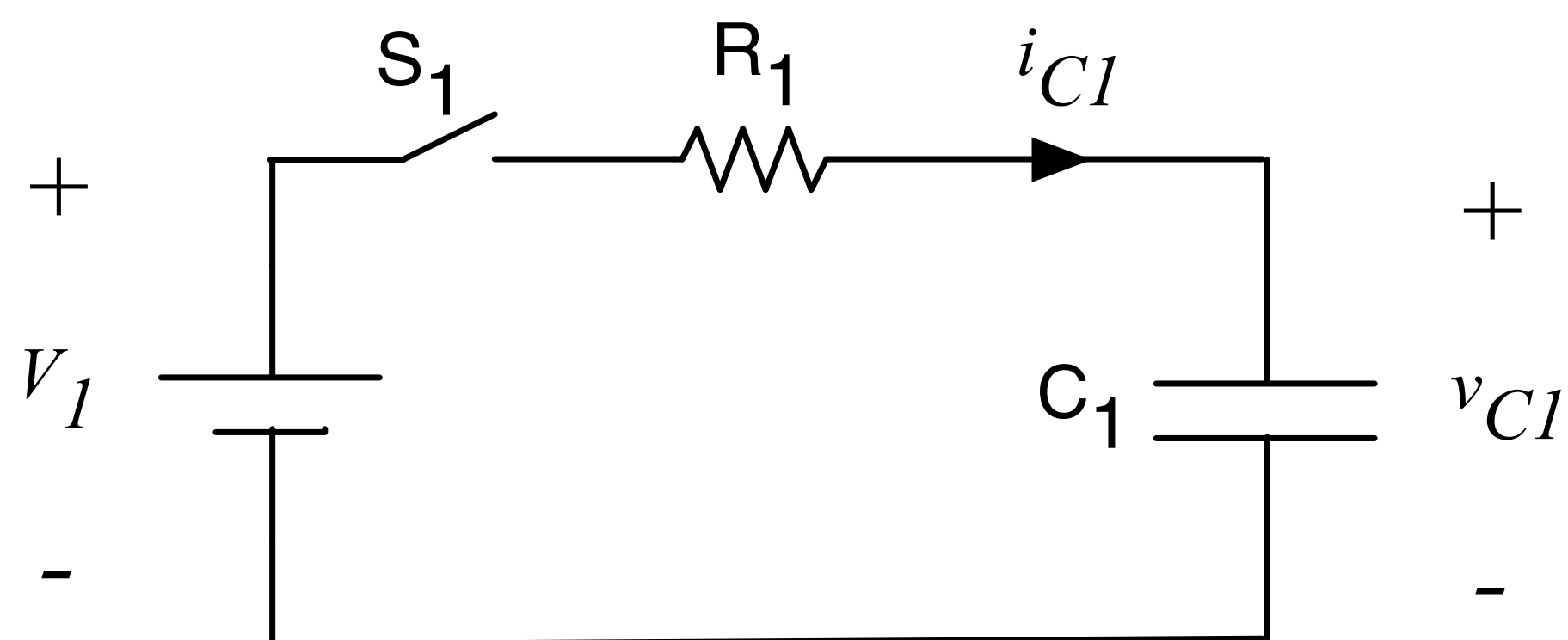
$$v_{C1}(t) = V_1 - V_1 \cdot e^{-\frac{t}{R_1 \cdot C_1}} = V_1 \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$$

$$i_{C1}(t) = i_{R1}(t) = \frac{V_1}{R_1} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Tensão e corrente no capacitor

Transitório de Carga de Capacitores

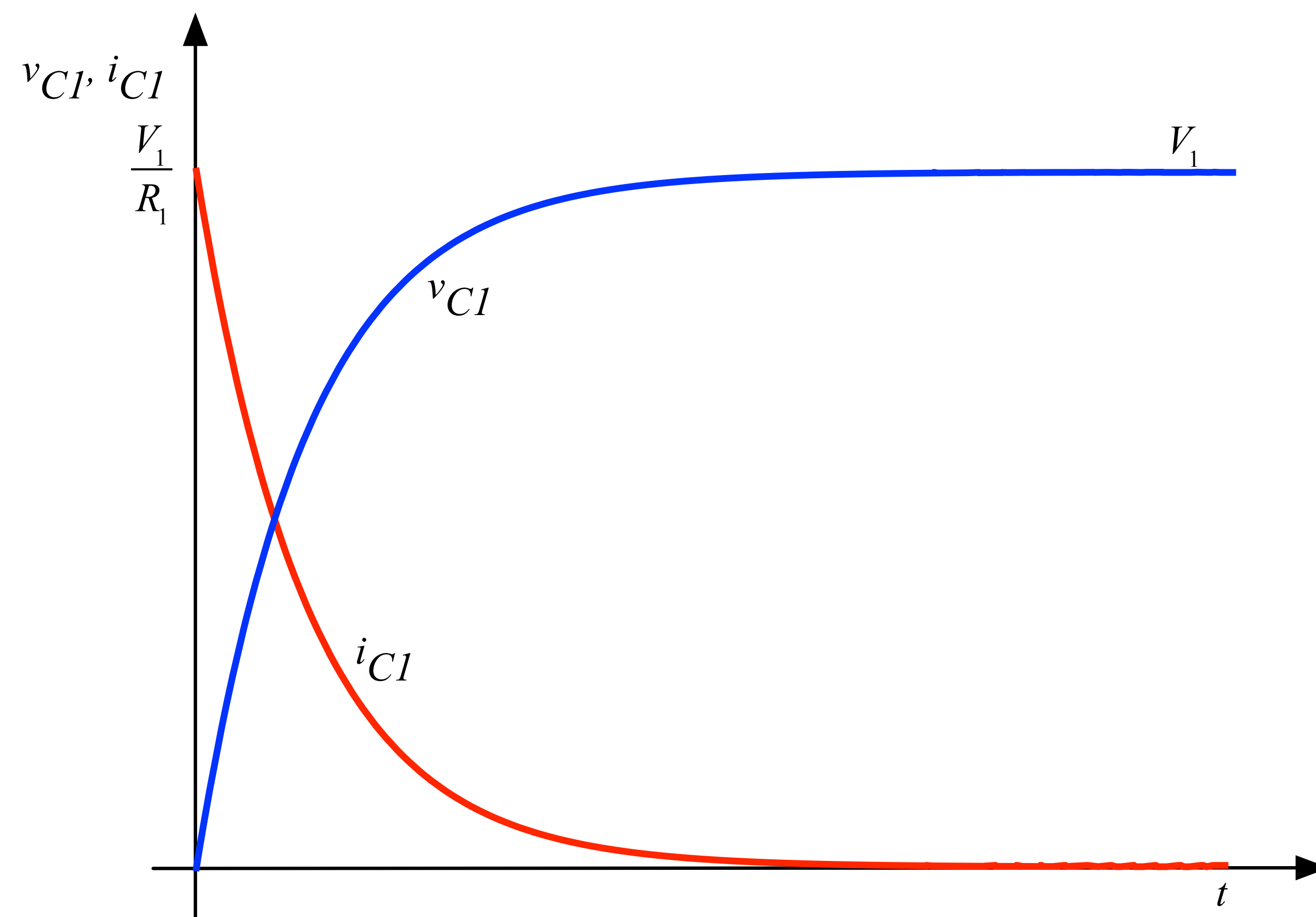
Carga de capacitores com fonte de tensão e resistores:



$$v_{C1}(t) = V_1 - V_1 \cdot e^{-\frac{t}{R_1 \cdot C_1}} = V_1 \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$$

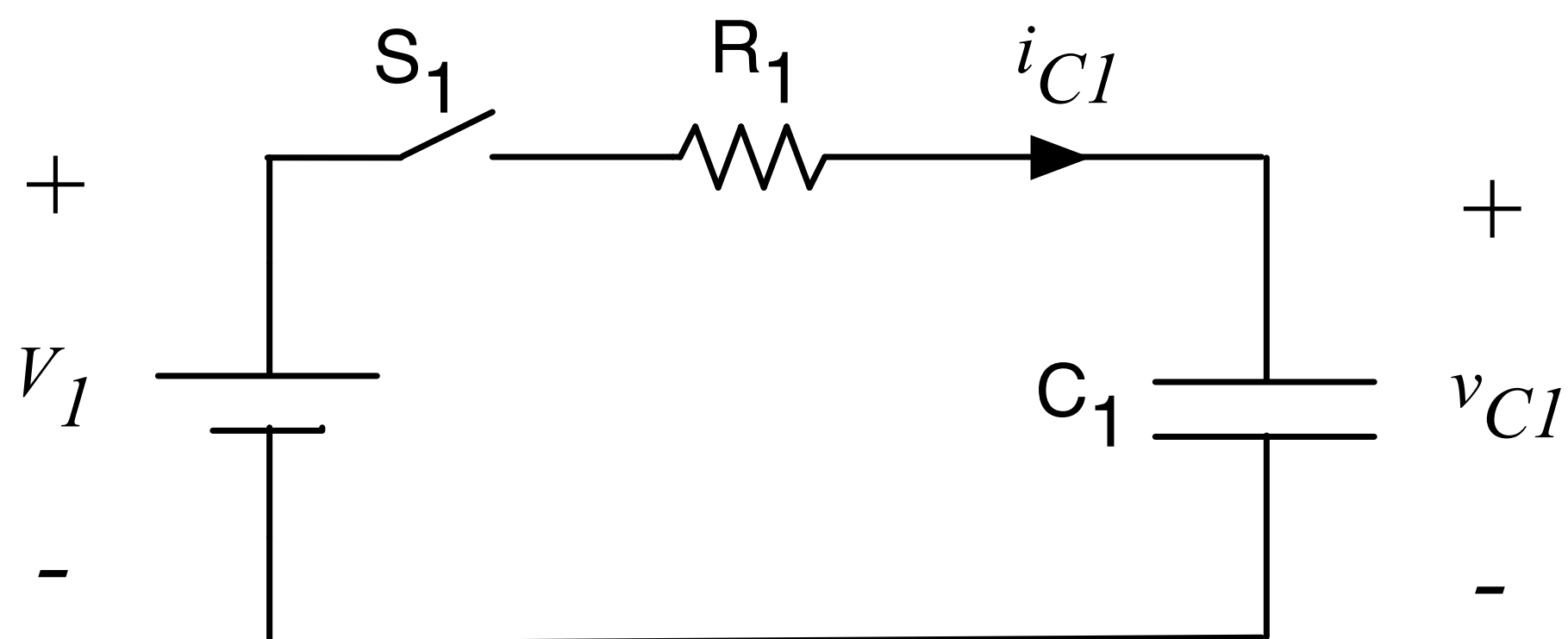
$$i_{C1}(t) = i_{R1}(t) = \frac{V_1}{R_1} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Tensão e corrente no capacitor



Transitório de Carga de Capacitores

Carga de capacitores com fonte de tensão e resistores:



$$v_{C1}(t) = V_1 \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \rightarrow v_{C1}(t=0) = V_1 \cdot \left(1 - e^{-\frac{0}{\tau}}\right) = V_1 \cdot (1-1) = 0$$

Tensão no instante em que a chave é fechada

$$i_{C1}(t) = \frac{V_1}{R_1} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \rightarrow i_{C1}(t=0) = \frac{V_1}{R_1} \cdot e^{-\frac{0}{\tau}} = \frac{V_1}{R_1} \cdot 1 = \frac{V_1}{R_1}$$

Corrente no instante em que a chave é fechada

$$v_{C1}(t) = V_1 \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \rightarrow v_{C1}(t \rightarrow \infty) = V_1 \cdot \left(1 - e^{-\frac{t \rightarrow \infty}{\tau}}\right) = V_1 \cdot (1-0) = V_1$$

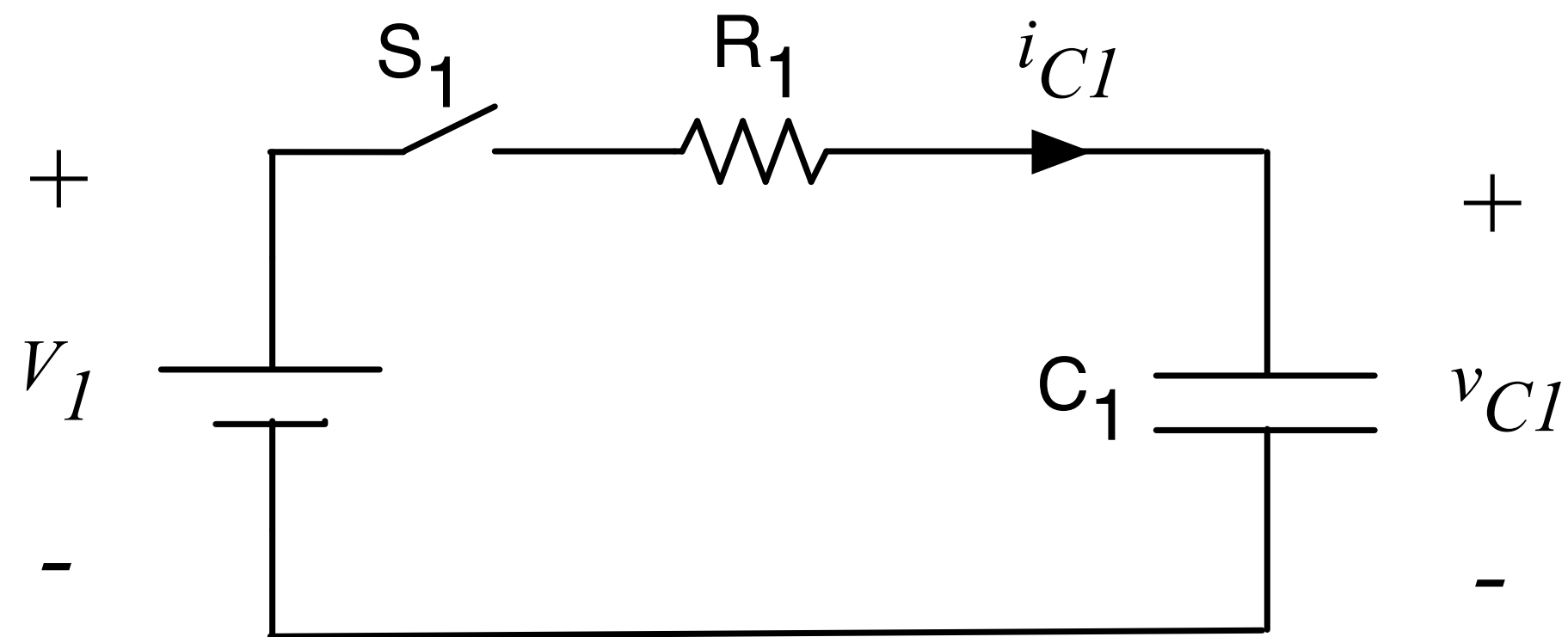
Tensão após muito tempo de chave fechada

$$i_{C1}(t \rightarrow \infty) = \frac{V_1}{R_1} \cdot e^{-\frac{t \rightarrow \infty}{\tau}} = \frac{V_1}{R_1} \cdot 0 = 0$$

Corrente após muito tempo de chave fechada

Transitório de Carga de Capacitores

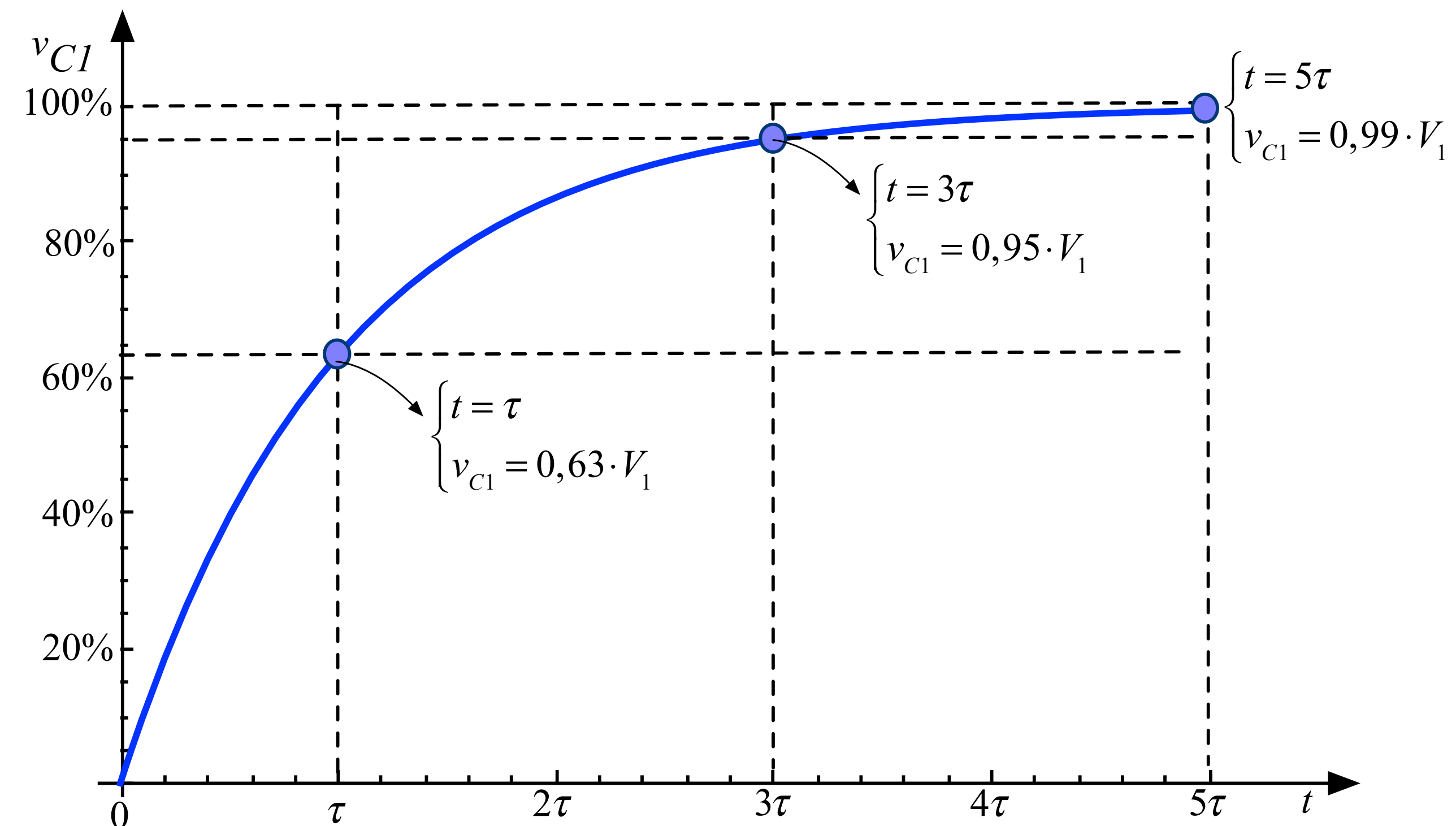
Carga de capacitores com fonte de tensão e resistores:



$$v_{C1}(t \rightarrow \tau) = V_1 \cdot \left(1 - e^{-\frac{t \rightarrow \tau}{\tau}}\right) = V_1 \cdot (1 - e^{-1}) = V_1 \cdot (1 - 0,37) = 0,63 \cdot V_1$$

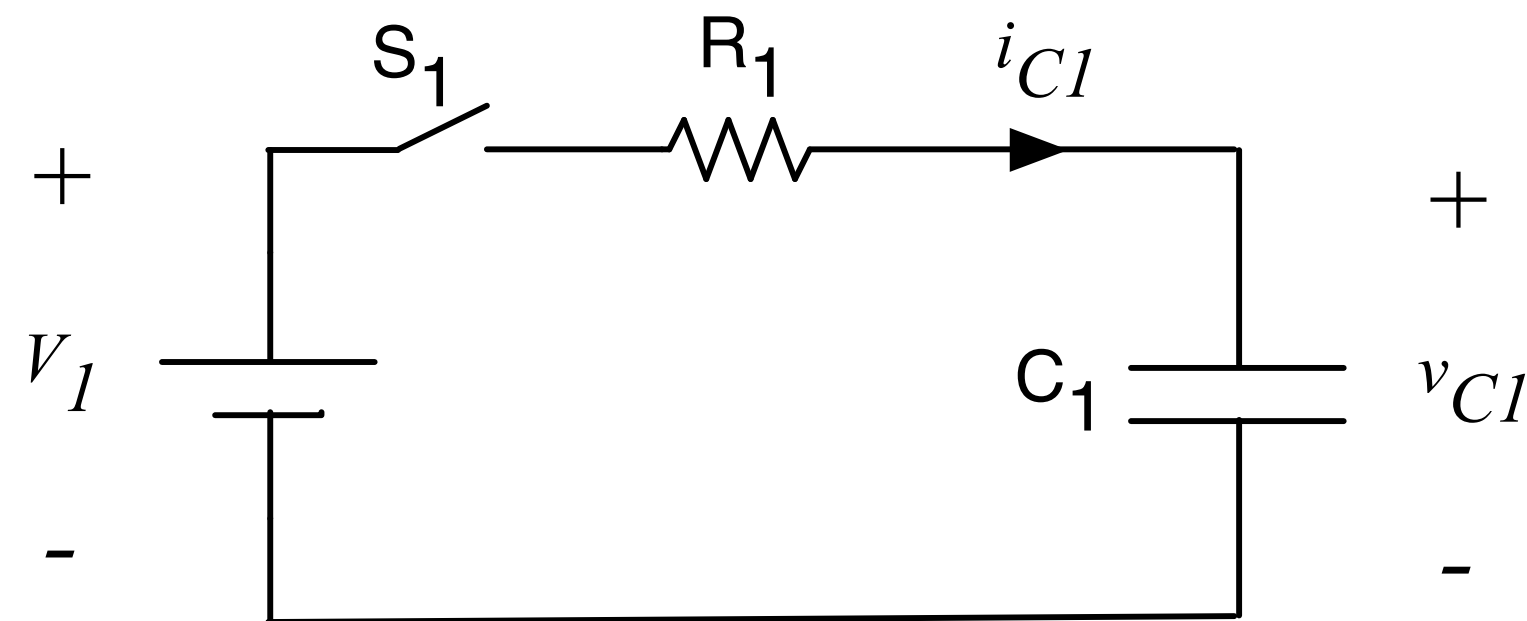
$$v_{C1}(t \rightarrow 3\tau) = V_1 \cdot \left(1 - e^{-\frac{t \rightarrow 3\tau}{\tau}}\right) = V_1 \cdot (1 - e^{-3}) = V_1 \cdot (1 - 0,05) = 0,95 \cdot V_1$$

$$v_{C1}(t \rightarrow 5\tau) = V_1 \cdot \left(1 - e^{-\frac{t \rightarrow 5\tau}{\tau}}\right) = V_1 \cdot (1 - e^{-5}) = V_1 \cdot (1 - 0,0067) = 0,993 \cdot V_1$$



Transitório de Carga de Capacitores

Carga de capacitores com fonte de tensão e resistores:



Exemplo 2:

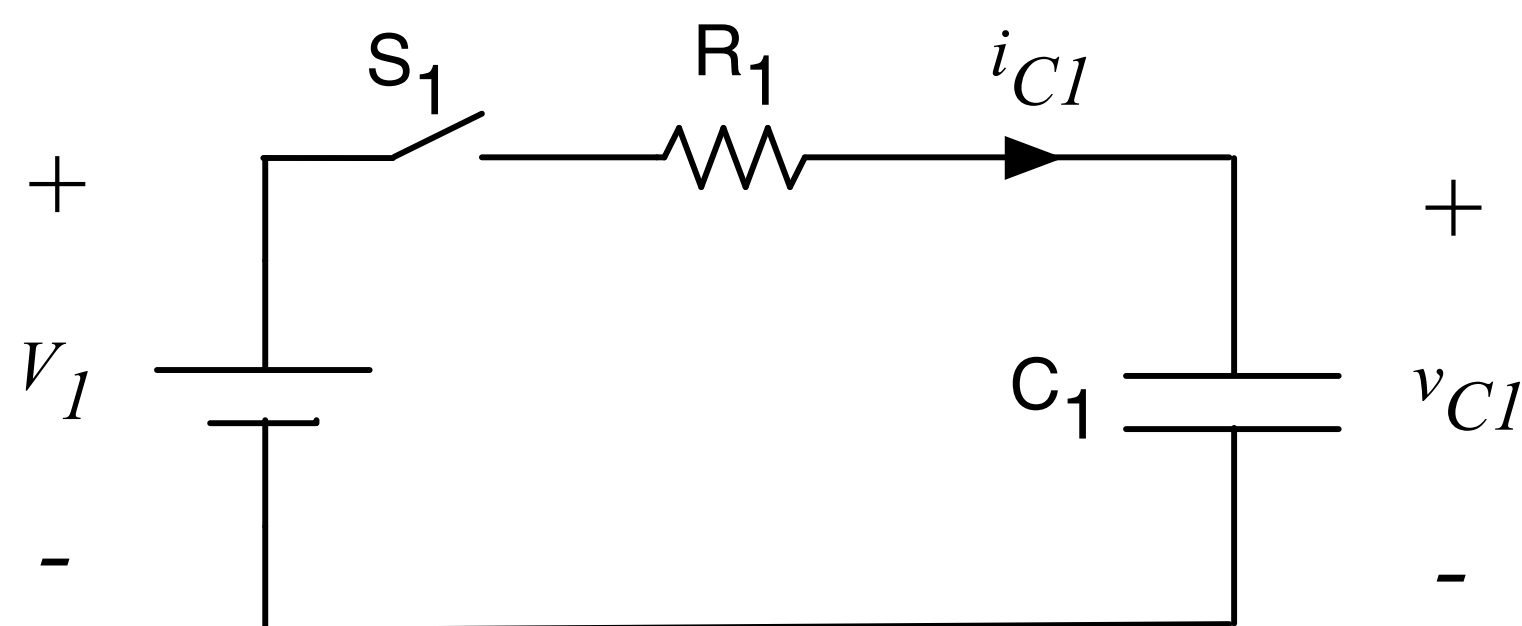
- Um capacitor de 100 μF é conectado em uma fonte de tensão de 12 V por intermédio de um resistor de 1 $\text{k}\Omega$. Determine a constante de tempo do circuito e o tempo necessário para o capacitor carregar completamente.

$$\tau = R_1 \cdot C_1 = 1k \cdot 100\mu = 0,1s$$

$$t = 5\tau = 5 \cdot R_1 \cdot C_1 = 5 \cdot 1k \cdot 100\mu = 0,5s$$

Transitório de Carga de Capacitores

Carga de capacitores com fonte de tensão e resistores:



Exemplo 3:

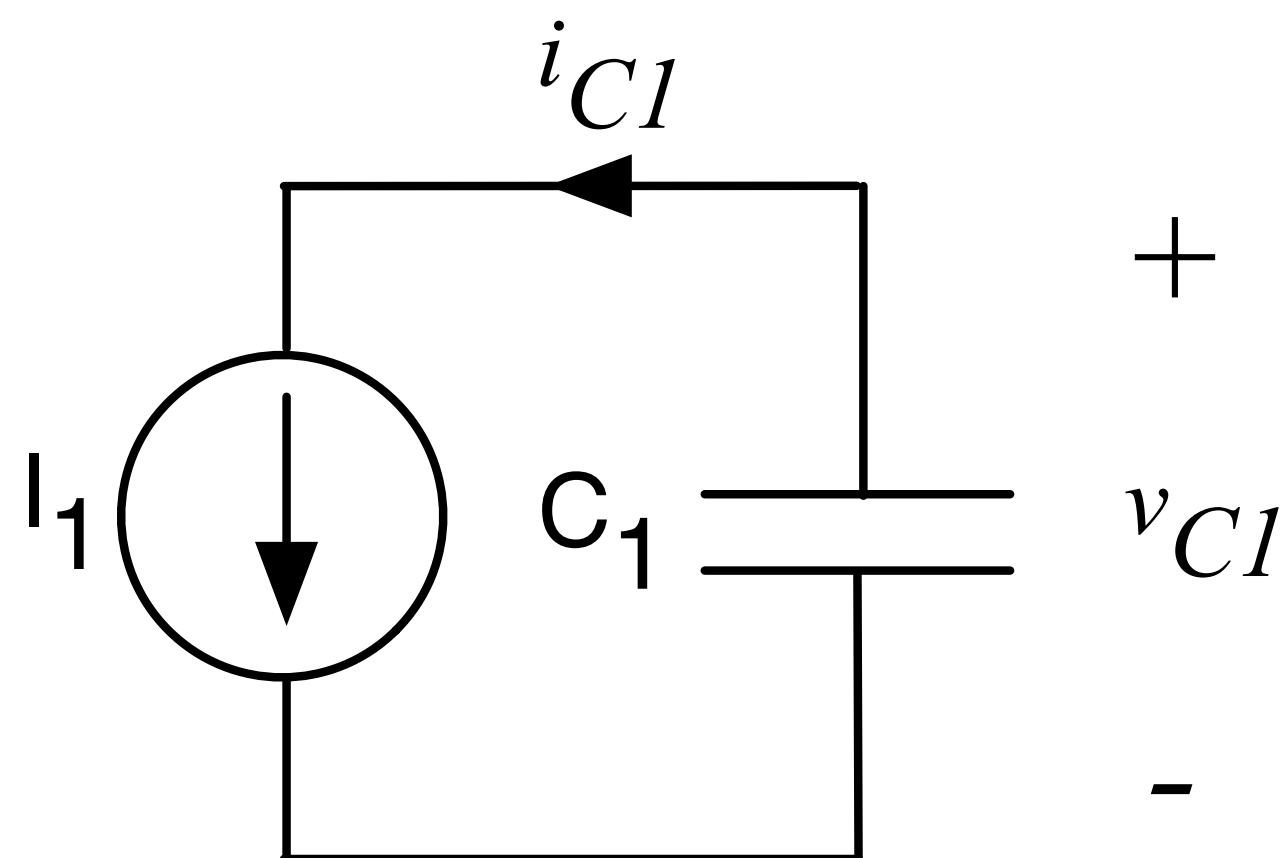
- Um capacitor de 1.000 uF é conectado em uma fonte de tensão de 12 V por intermédio de um resistor de 10 kΩ. Determine a corrente máxima no circuito, a tensão final do capacitor e a tensão no instante 5 s.

$$i_{C1}(t=0) = \frac{V_1}{R_1} \cdot e^{-\frac{t=0}{\tau}} = \frac{V_1}{R_1} = \frac{12}{10k} = 1,2mA$$

$$v_{C1}(t=5s) = 12 \cdot \left(1 - e^{-\frac{5}{10k \cdot 1000\mu}} \right) = 12 \cdot (1 - e^{-0,5}) = 4,72V$$

Transitório de Descarga de Capacitores

Descarga de capacitores com fonte de corrente:



$$v_{C1}(0) \neq 0 \rightarrow v_{C1}(0) = v_c(\text{inicial})$$

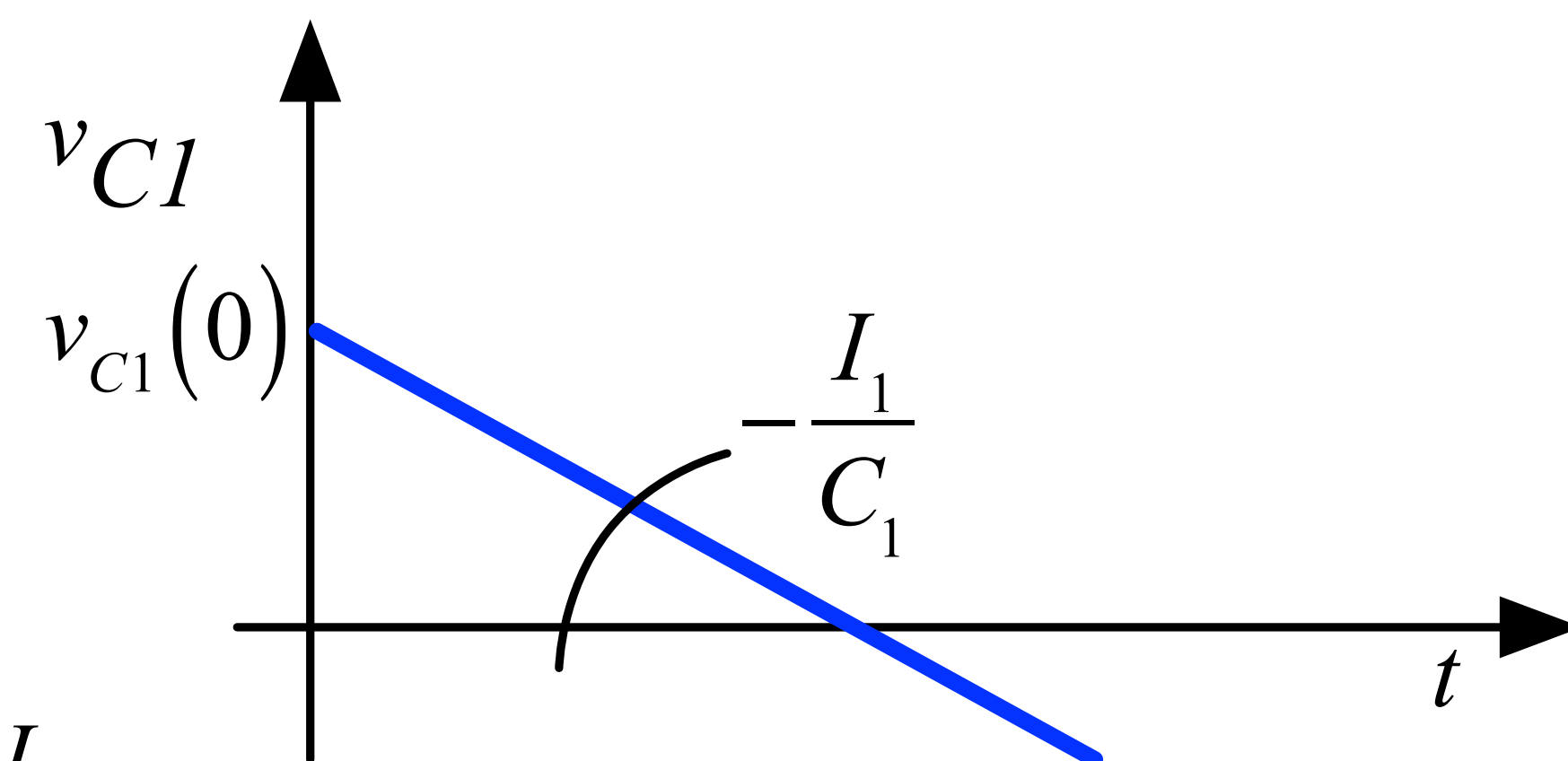
Condição inicial

$$i_{C1}(t) = I_1$$

$$v_{C1}(t) = v_1(t)$$

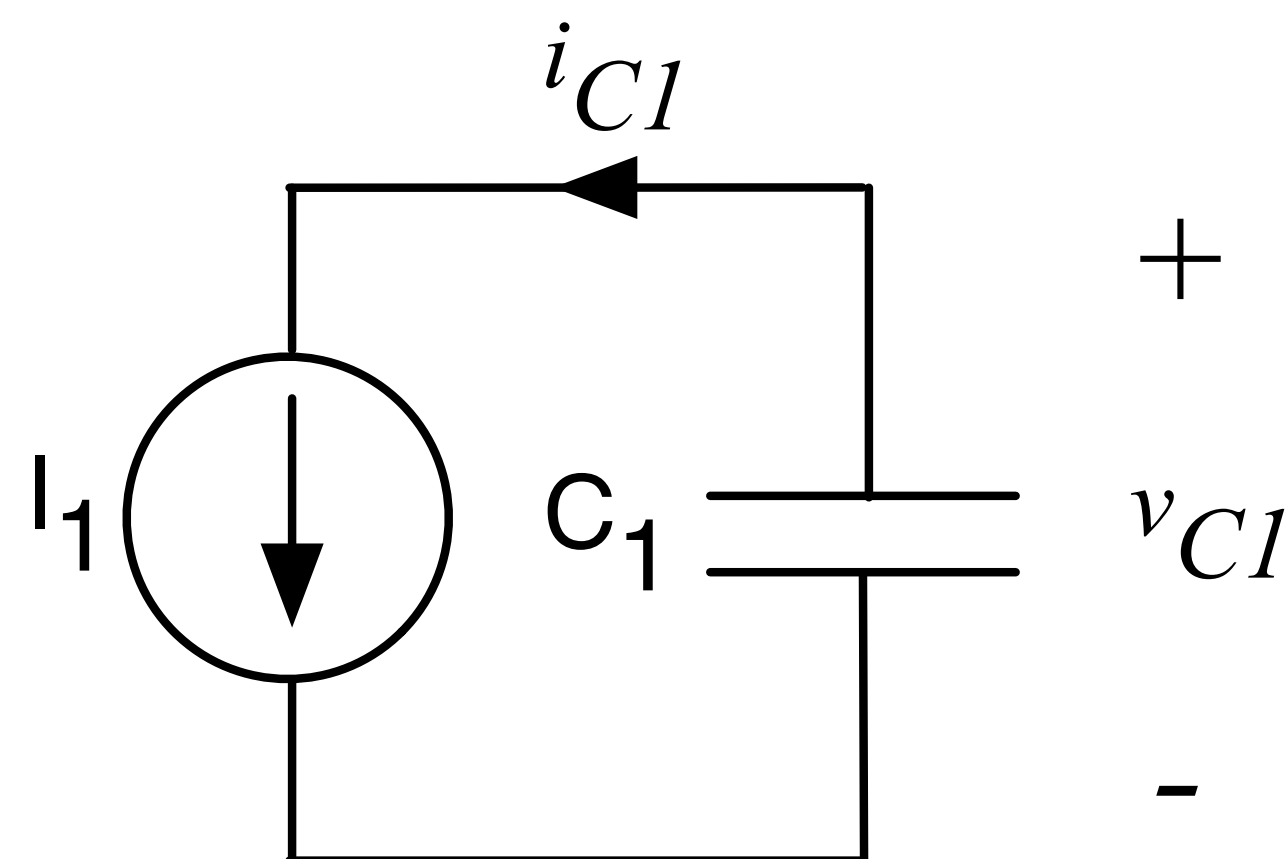
$$v_{C1}(t) = v_{C1}(t=0) - \frac{I_1}{C_1} \cdot t \rightarrow v_{C1}(t) = v_{C1}(0) - \frac{I_1}{C_1} \cdot t$$

Tensão resultante no capacitor sob descarga



Transitório de Descarga de Capacitores

Descarga de capacitores com fonte de corrente:



$$v_{C1}(t) = v_{C1}(0) - \frac{I_1}{C_1} \cdot t$$

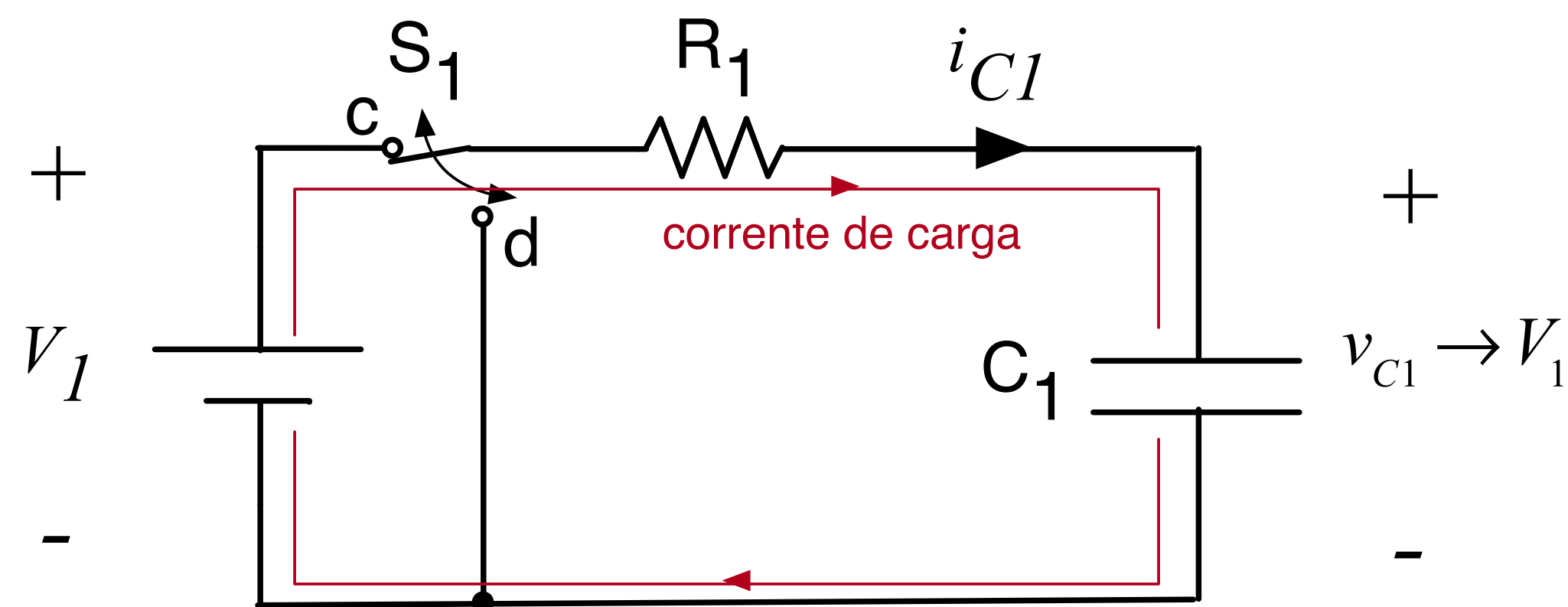
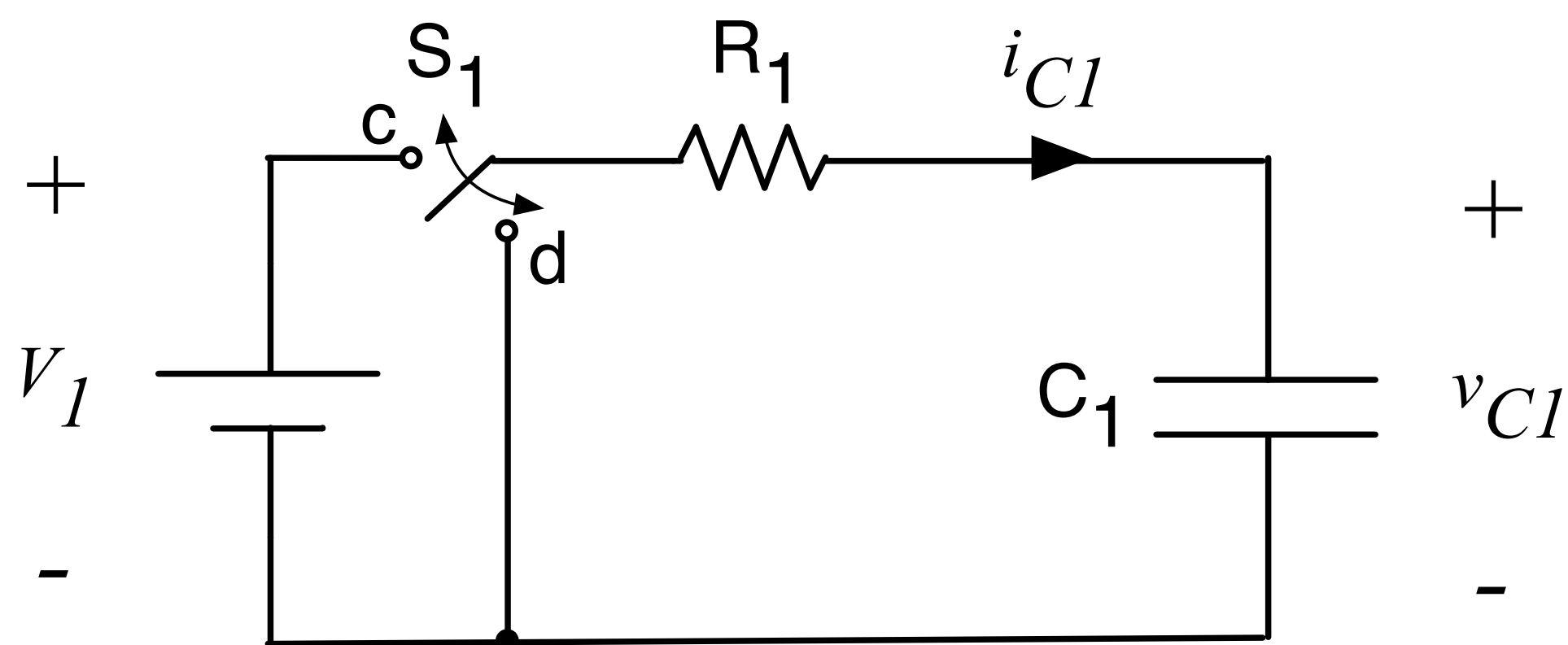
Exemplo 4:

- Um capacitor de 100 μF é conectado em uma fonte de corrente de 100 mA. A carga inicial do capacitor é de 12 V. Determine o tempo necessário para o capacitor ser descarregado completamente.

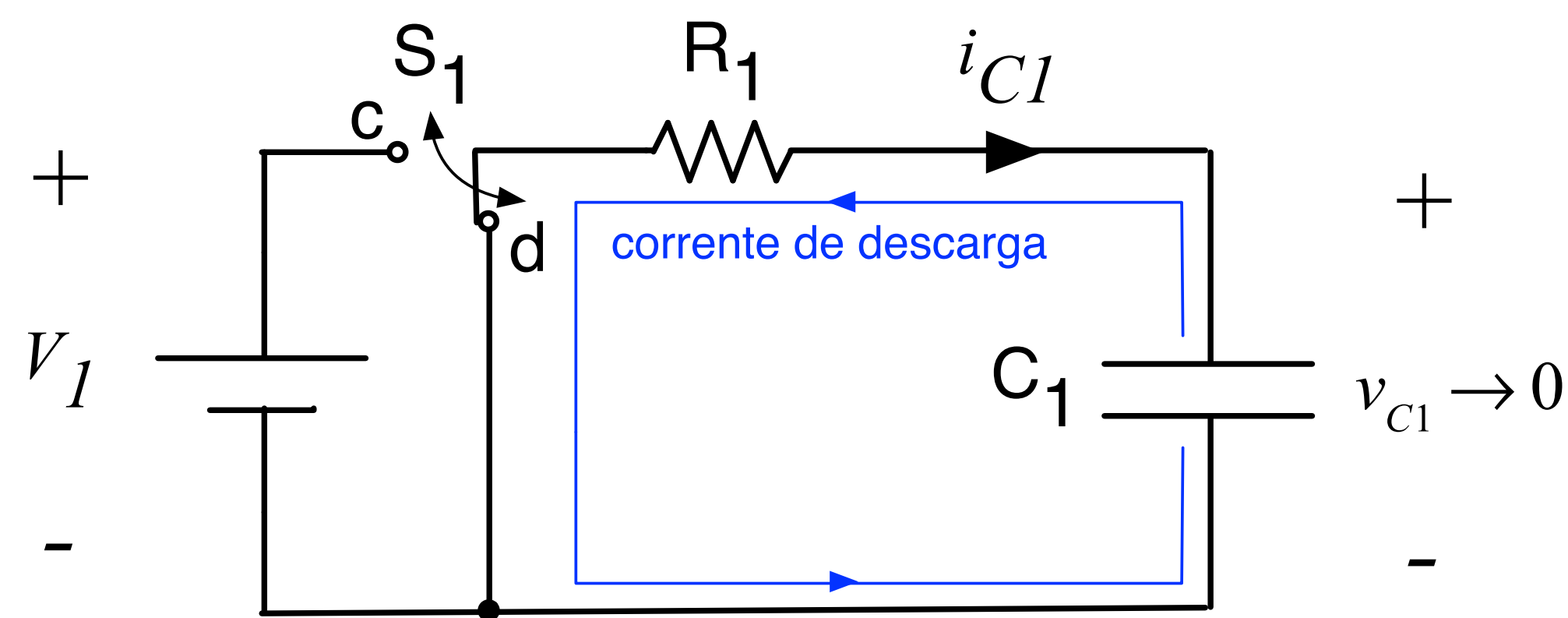
$$v_{C1}(t) = v_{C1}(0) - \frac{I_1}{C_1} \cdot t = 0 \rightarrow t = \frac{v_{C1}(0) \cdot C_1}{I_1} = \frac{12 \cdot 100 \mu}{100 m} = 12 ms$$

Transitório de Descarga de Capacitores

Descarga de capacitores com fonte de tensão e resistores:



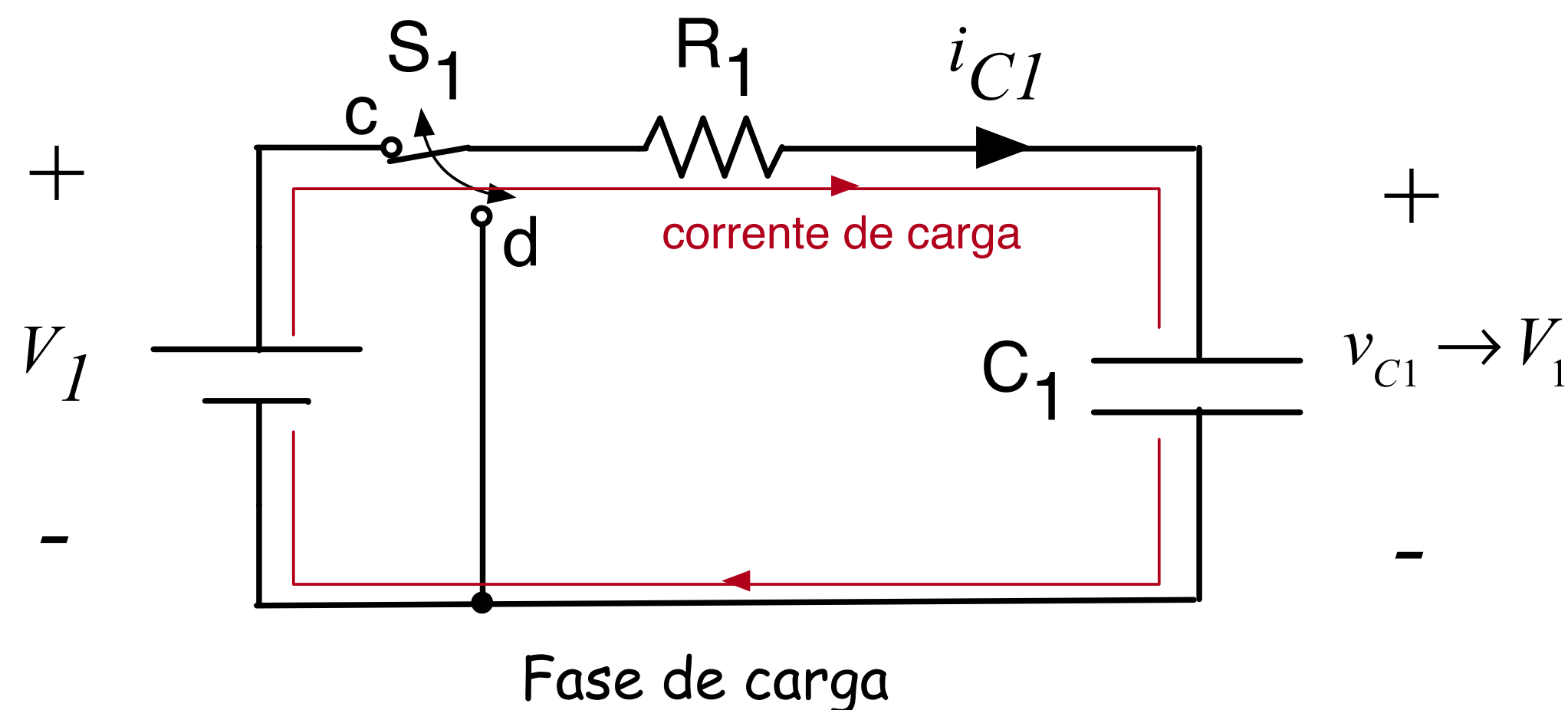
Fase de carga



Fase de descarga

Transitório de Descarga de Capacitores

Descarga de capacitores com fonte de tensão e resistores:



Condições iniciais

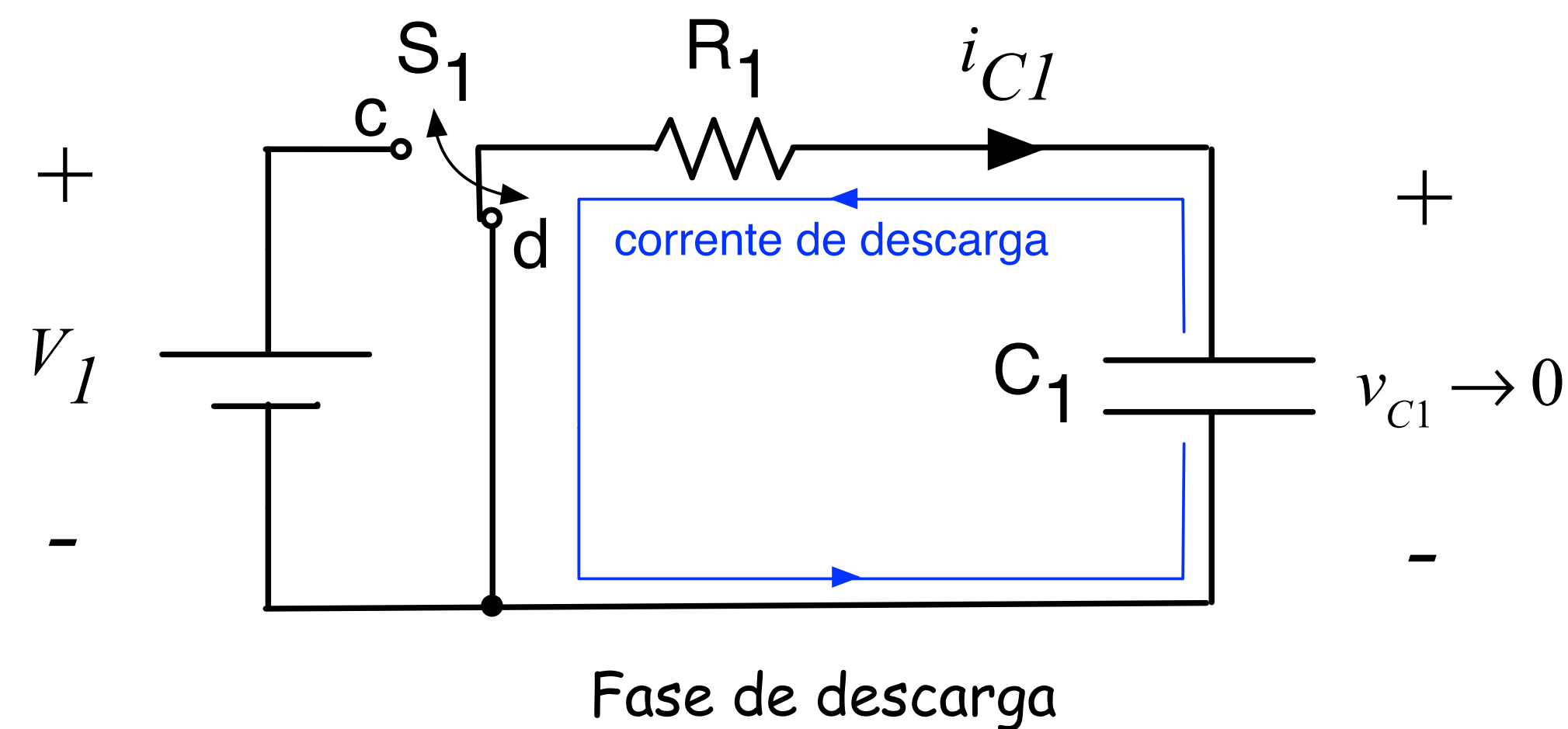
$$v_{C1}(0) = V_1$$

$$i_{C1}(0) = 0$$

$$i_{C1}(t) = -i_{R1}(t)$$

$$v_{C1}(t) = v_{R1}(t)$$

Circuito com uma malha apenas

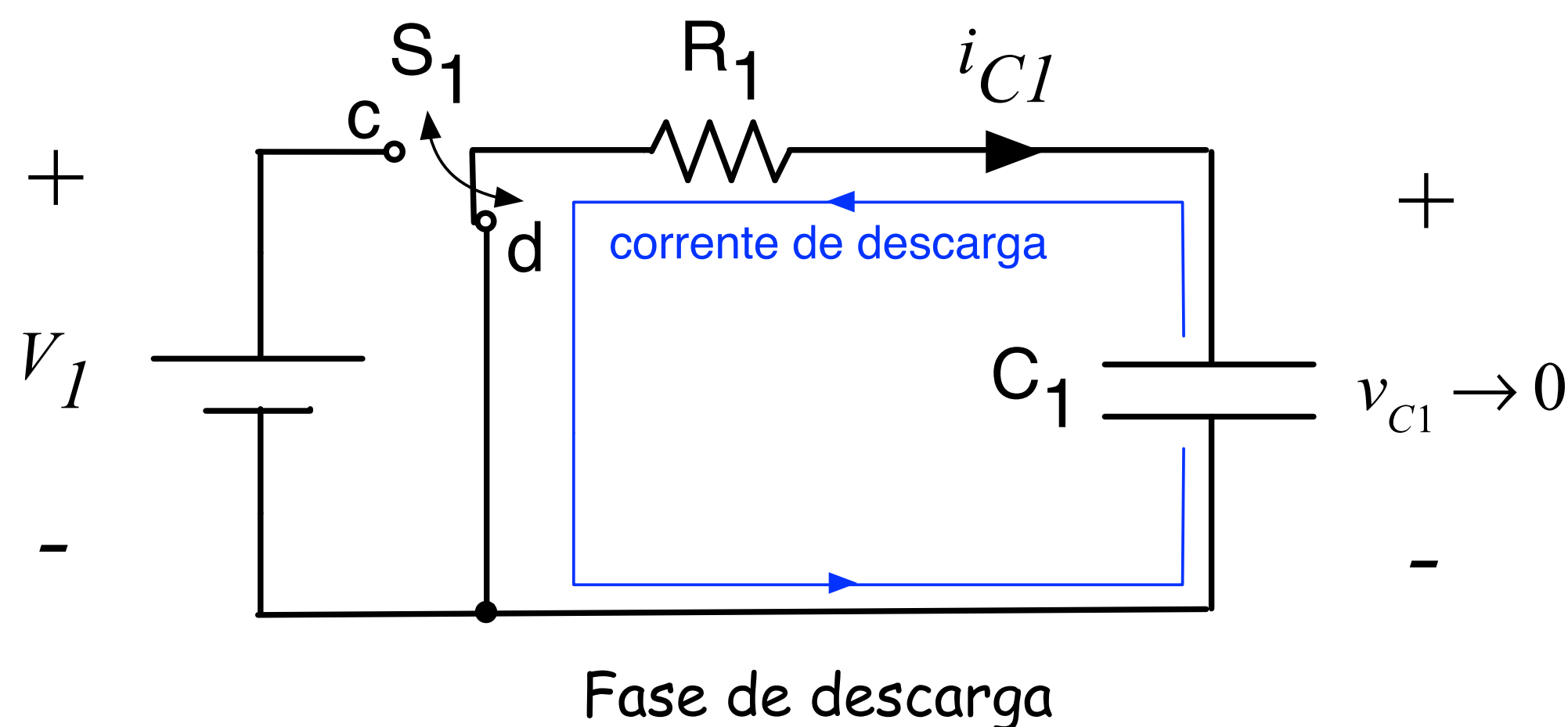


$$i_{R1}(t) = \frac{v_{R1}(t)}{R_1} = \frac{v_{C1}(t)}{R_1}$$

$$i_{C1}(t) = -i_{R1}(t) = -\frac{v_{C1}(t)}{R_1}$$

Transitório de Descarga de Capacitores

Descarga de capacitores com fonte de tensão e resistores:



$$v_{C1}(t) = \frac{q_{C1}(t)}{C_1} \quad q_{C1}(t) = \int i_{C1}(t) \cdot dt$$

$$v_{C1}(t) = \frac{q_{C1}(t)}{C_1} = \frac{\int i_{C1}(t) \cdot dt}{C_1} = \frac{1}{C_1} \cdot \int i_{C1}(t) \cdot dt$$

$$i_{C1}(t) = C_1 \cdot \frac{dv_{C1}(t)}{dt}$$

Relações em um capacitor

$$i_{C1}(t) = -i_{R1}(t) \rightarrow C_1 \cdot \frac{dv_{C1}(t)}{dt} = -\frac{v_{C1}(t)}{R_1}$$

$$-C_1 \cdot \frac{dv_{C1}(t)}{dt} - \frac{v_{C1}(t)}{R_1} = 0 \rightarrow C_1 \cdot \frac{dv_{C1}(t)}{dt} + \frac{v_{C1}(t)}{R_1} = 0$$

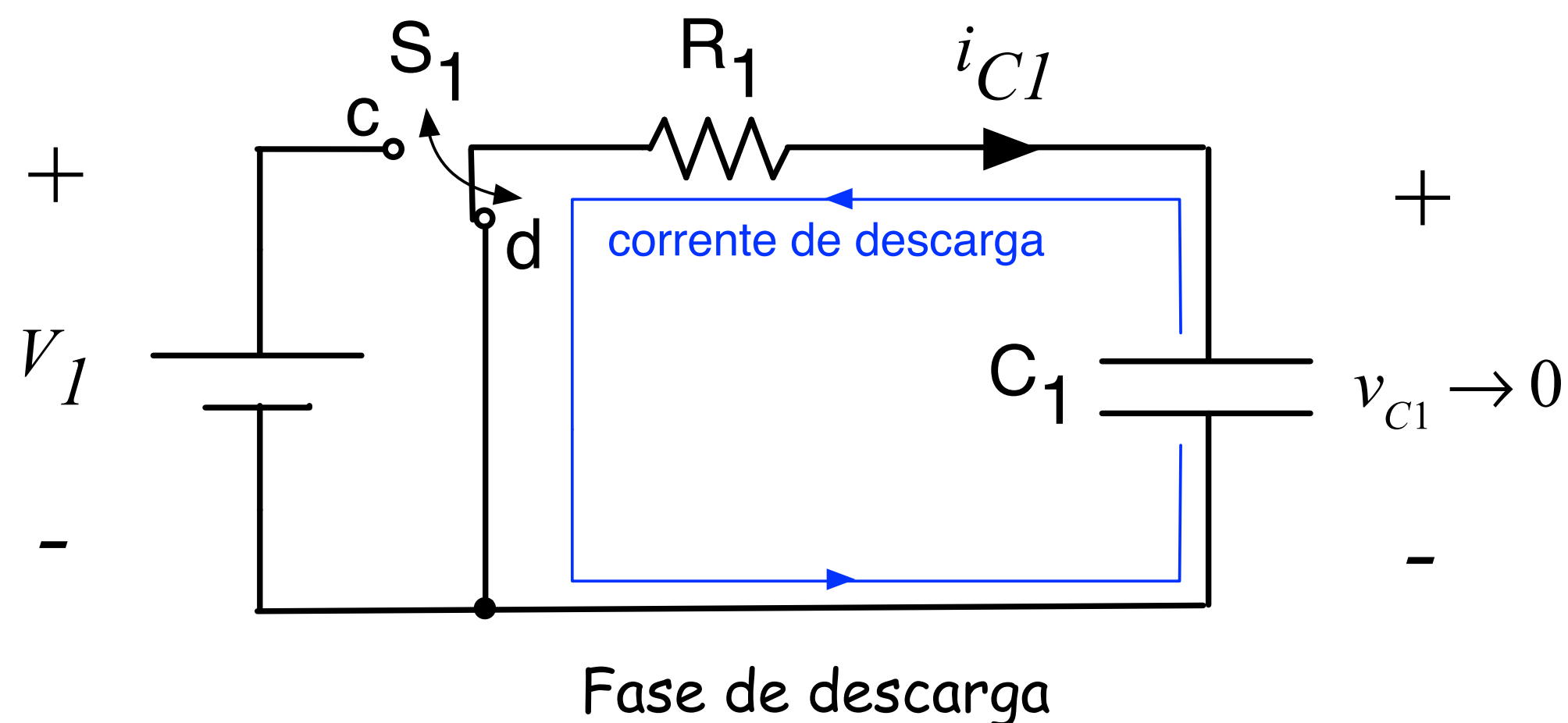
Equação diferencial linear

$$v_{C1}(t) = V_1 \cdot e^{-\frac{t}{R_1 \cdot C_1}}$$

Solução da equação diferencial linear

Transitório de Descarga de Capacitores

Descarga de capacitores com fonte de tensão e resistores:

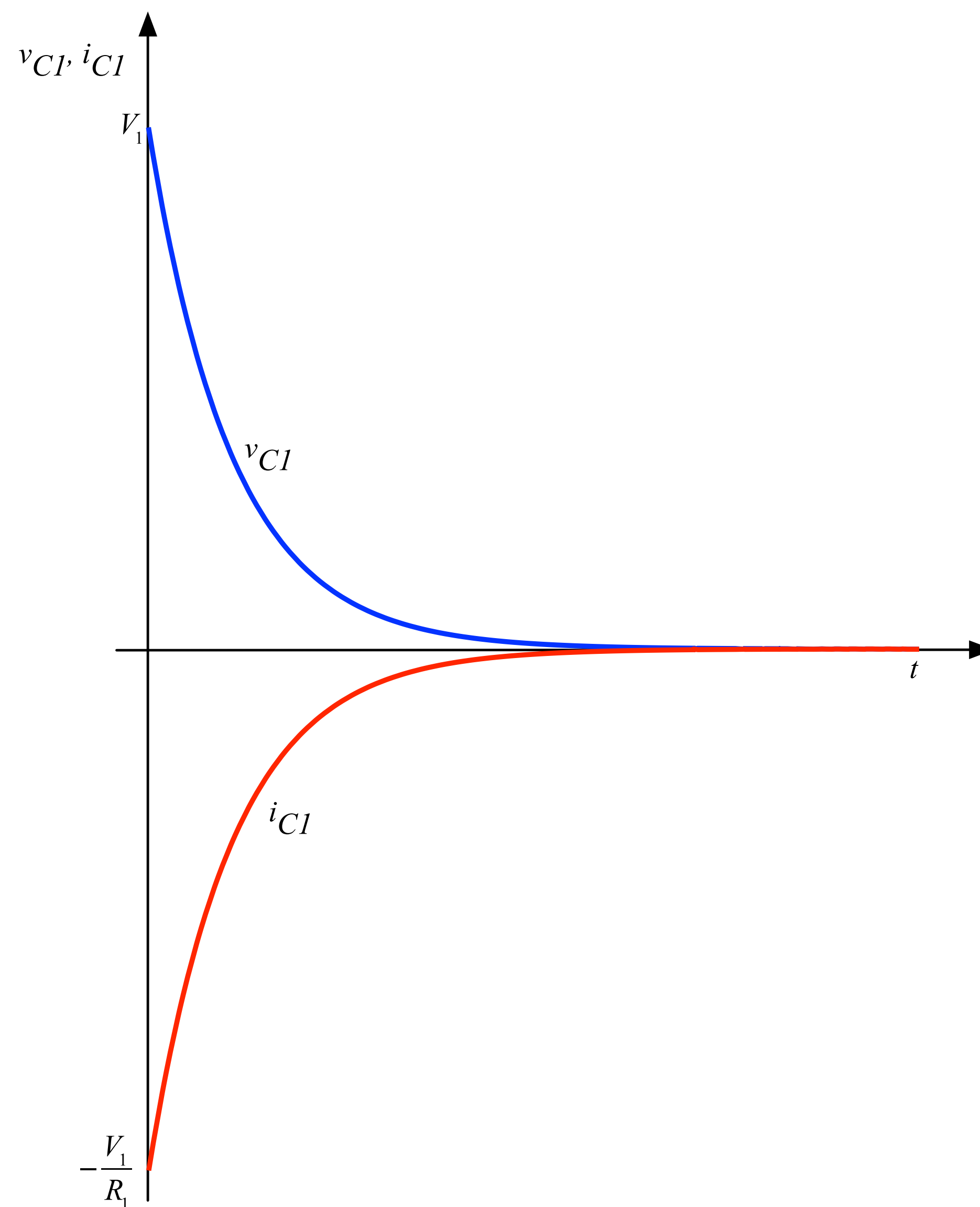


$$\tau = R_1 \cdot C_1 \quad \text{Constante de tempo}$$

$$v_{C1}(t) = V_1 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

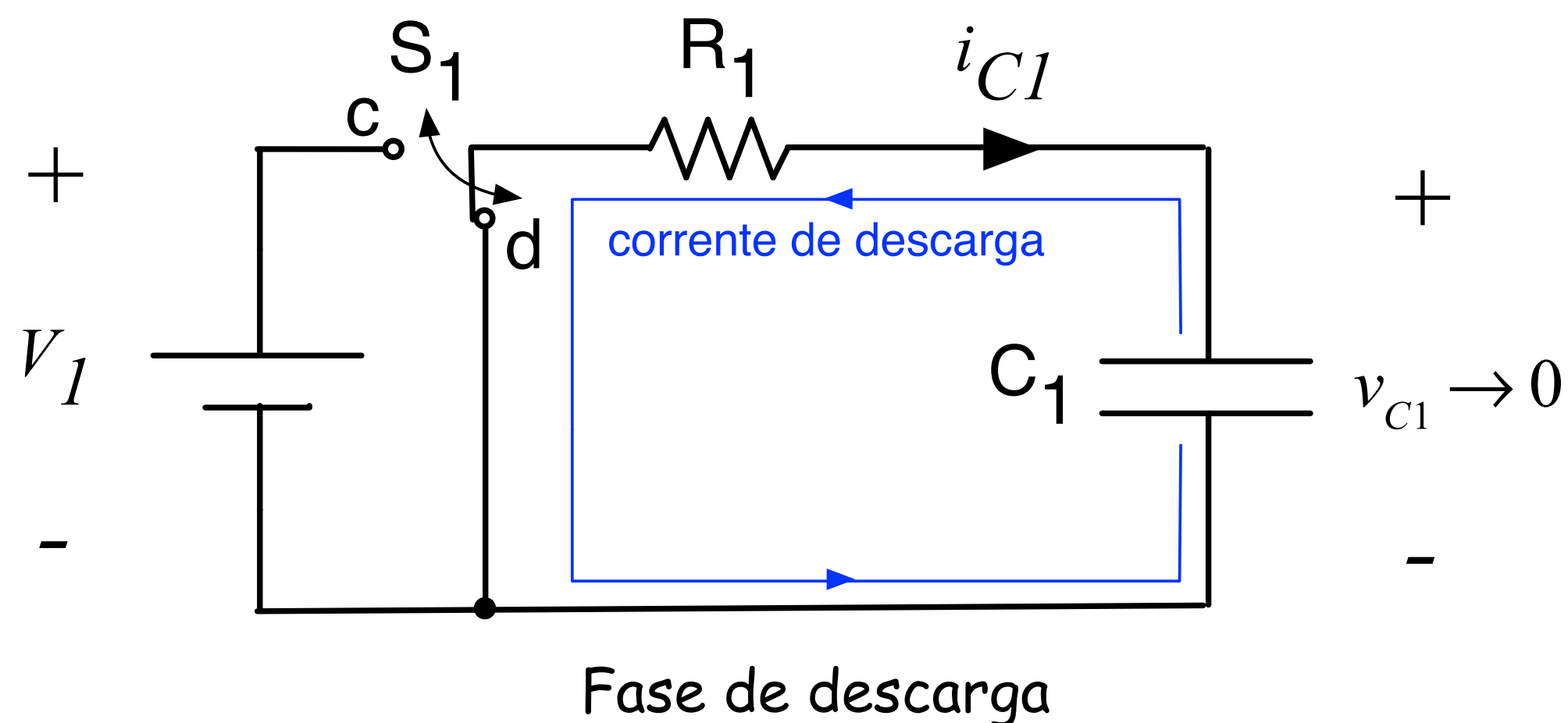
$$i_{C1}(t) = i_{R1}(t) = -\frac{v_{R1}(t)}{R_1} = -\frac{v_{C1}(t)}{R_1} = -\frac{V_1 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}}{R_1} = -\frac{V_1}{R_1} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Tensão e corrente no capacitor



Transitório de Descarga de Capacitores

Descarga de capacitores com fonte de tensão e resistores:



$$v_{C1}(t=0) = V_1 \cdot e^{-\frac{t=0}{\tau}} = V_1 \cdot e^{-0} = V_1 \cdot 1 = V_1$$

$$v_{C1}(t \rightarrow \infty) = V_1 \cdot e^{-\frac{t \rightarrow \infty}{\tau}} = V_1 \cdot e^{-\infty} = V_1 \cdot 0 = 0$$

Tensão inicial e final no capacitor

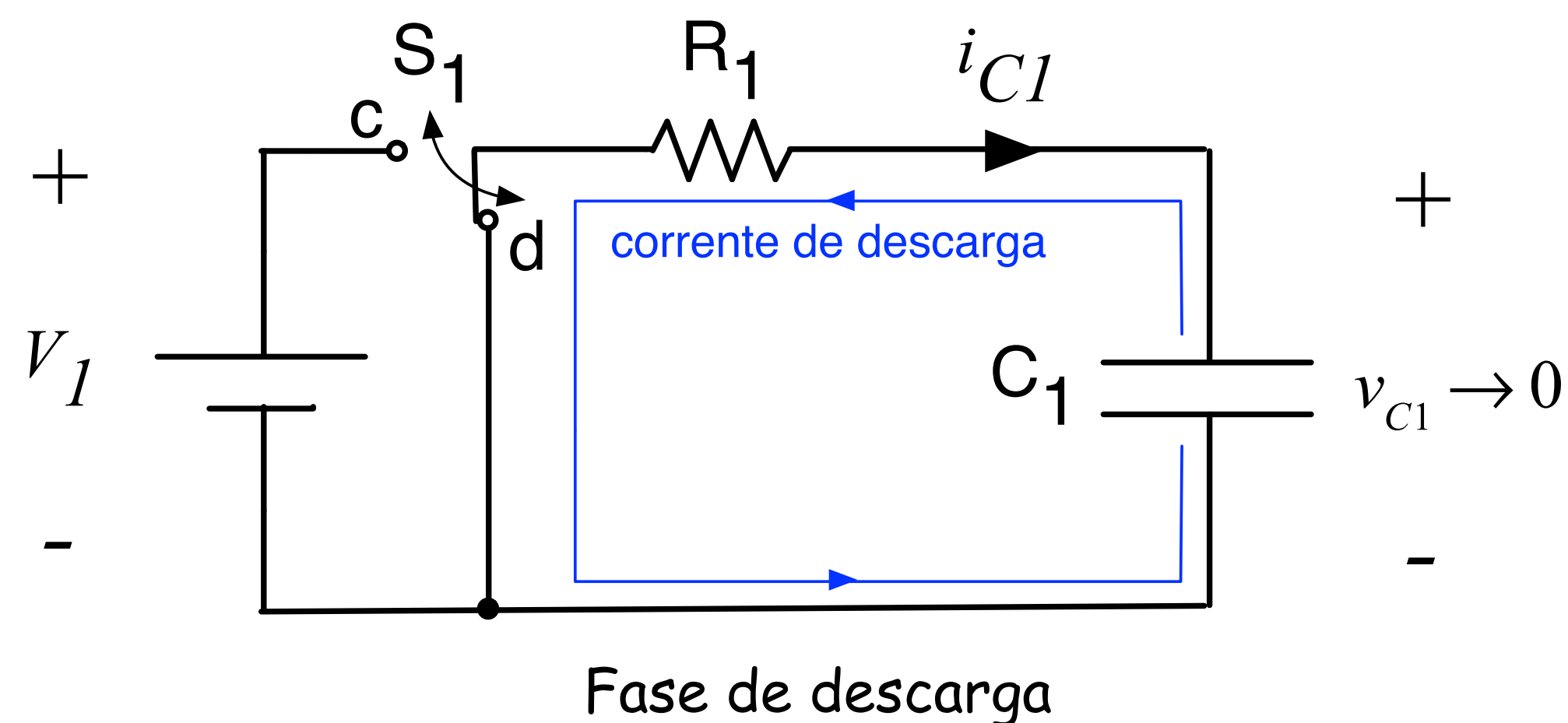
$$i_{C1}(t=0) = -\frac{V_1}{R_1} \cdot e^{-\frac{t=0}{\tau}} = -\frac{V_1}{R_1} \cdot e^{-0} = -\frac{V_1}{R_1}$$

$$i_{C1}(t \rightarrow \infty) = -\frac{V_1}{R_1} \cdot e^{-\frac{t \rightarrow \infty}{\tau}} = -\frac{V_1}{R_1} \cdot e^{-\infty} = -\frac{V_1}{R_1} \cdot 0 = 0$$

Corrente inicial e final no capacitor

Transitório de Descarga de Capacitores

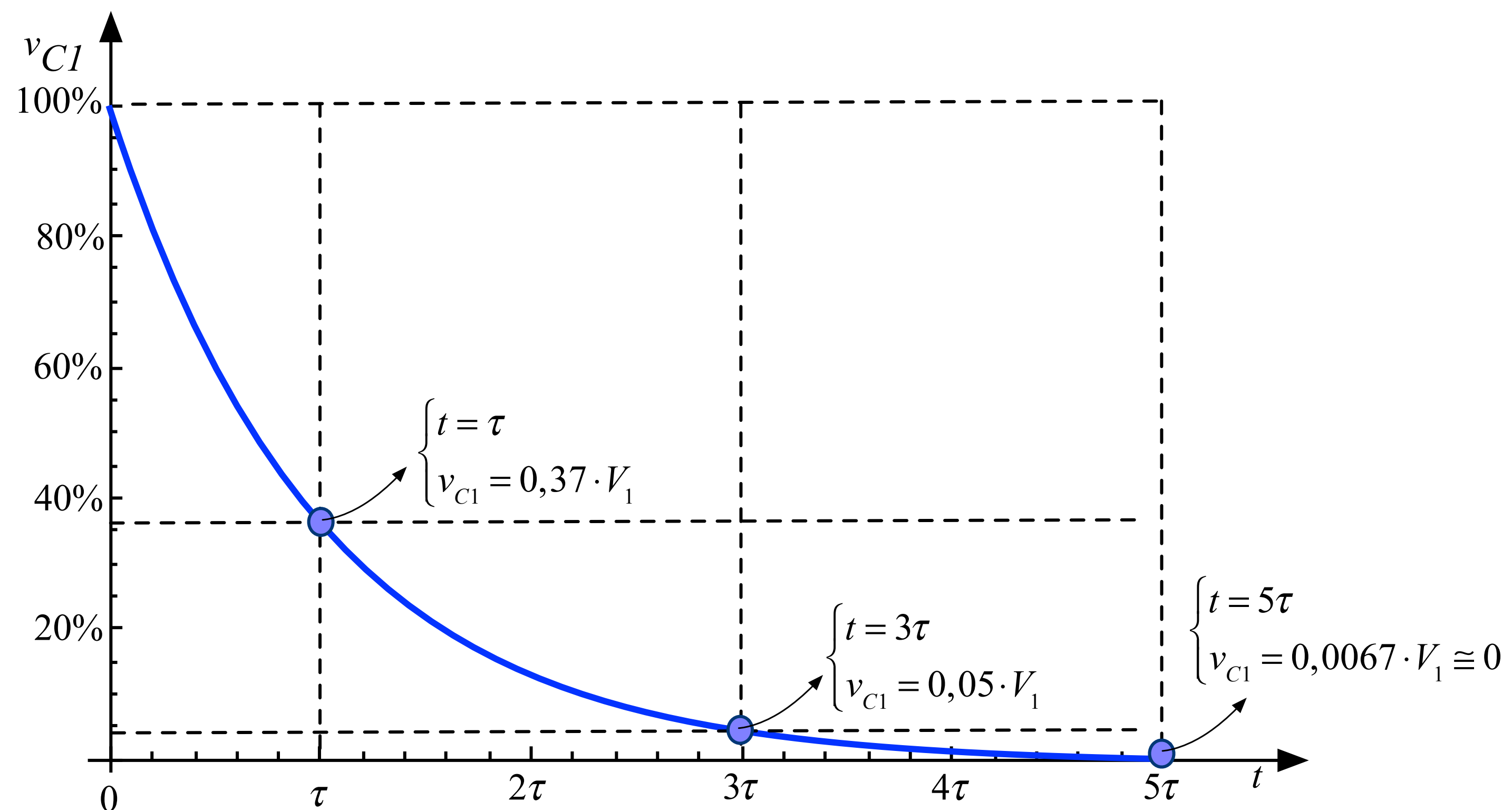
Descarga de capacitores com fonte de tensão e resistores:



$$v_{C1}(t \rightarrow \tau) = V_1 \cdot e^{-\frac{t \rightarrow \tau}{\tau}} = V_1 \cdot e^{-1} = 0,37 \cdot V_1$$

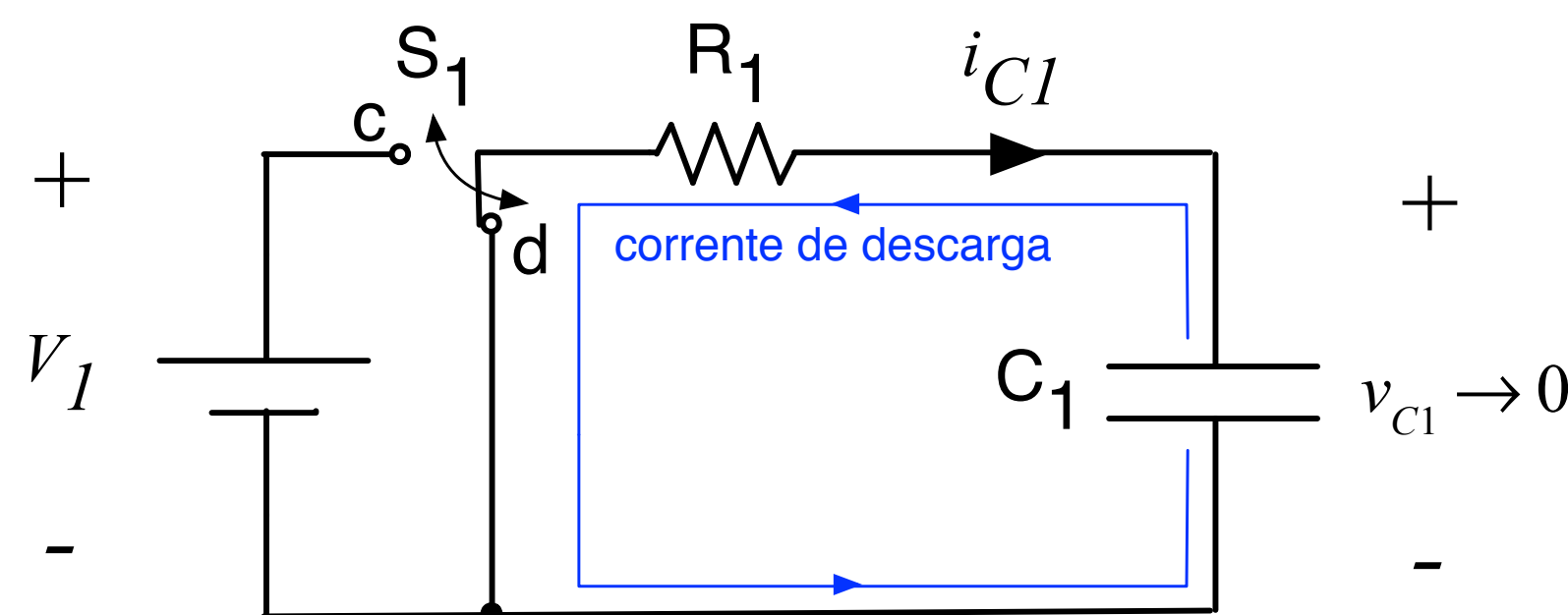
$$v_{C1}(t \rightarrow 3\tau) = V_1 \cdot e^{-\frac{t \rightarrow 3\tau}{\tau}} = V_1 \cdot e^{-3} = 0,05 \cdot V_1$$

$$v_{C1}(t \rightarrow 5\tau) = V_1 \cdot e^{-\frac{t \rightarrow 5\tau}{\tau}} = V_1 \cdot e^{-5} = 0,0067 \cdot V_1 \cong 0$$



Transitório de Descarga de Capacitores

Descarga de capacitores com fonte de tensão e resistores:



Exemplo 5:

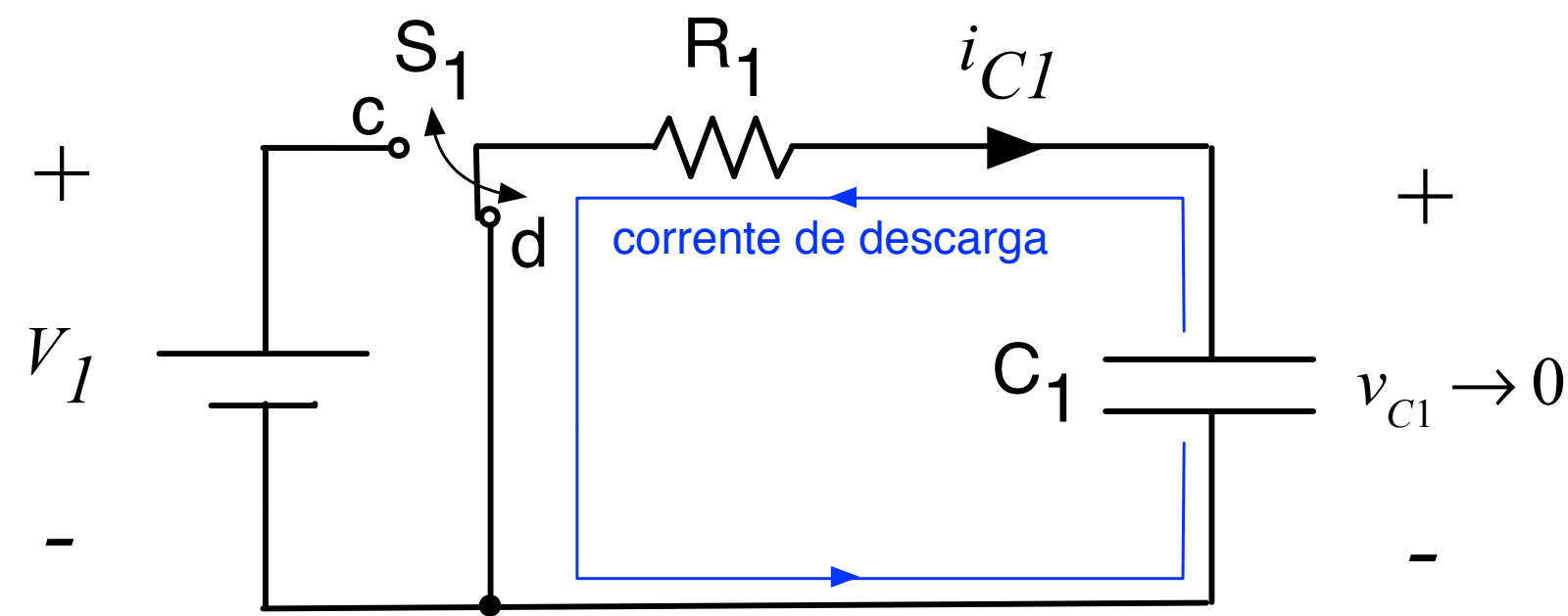
- Um capacitor de 2.200 μF foi conectado em uma fonte de tensão de 12 V por intermédio de um resistor de 1 $\text{k}\Omega$ e carregado completamente. Após muito tempo, o capacitor foi desconectado da fonte de alimentação e será descarregado pelo mesmo resistor. Determine a constante de tempo do circuito e o tempo necessário para o capacitor descarregar completamente.

$$t = R_1 \cdot C_1 = 1k \cdot 2200\mu = 2,2s$$

$$t = 5\tau = 5 \cdot R_1 \cdot C_1 = 5 \cdot 1k \cdot 2200\mu = 11s$$

Transitório de Descarga de Capacitores

Descarga de capacitores com fonte de tensão e resistores:



Exemplo 6:

- A tensão inicial de um capacitor de 1.000 μF é de 12 V, sendo que o mesmo será descarregado por intermédio de um resistor de 100 Ω . Determine a corrente máxima no circuito, a tensão final do capacitor e a tensão no instante 0,1 s (100 ms).

$$i_{C1}(t=0) = -\frac{v_{C1}(t=0)}{R_1} = -\frac{12}{100} = -0,12 \text{ A}$$

$$v_{C1}(t=100\text{ms}) = v_{C1}(t=0) \cdot e^{-\frac{t \rightarrow 100\text{ms}}{\tau}} = 12 \cdot e^{-\frac{100\text{ms}}{100 \cdot 1000\mu}} = 12 \cdot e^{-1} = 4,41 \text{ V}$$

Energia Armazenada em Capacitores

Energia acumulada em capacitores:

$$p_c(t) = v_c(t) \cdot i_c(t)$$

$$W_c = \int p_c(t) = \int v_c(t) \cdot i_c(t)$$

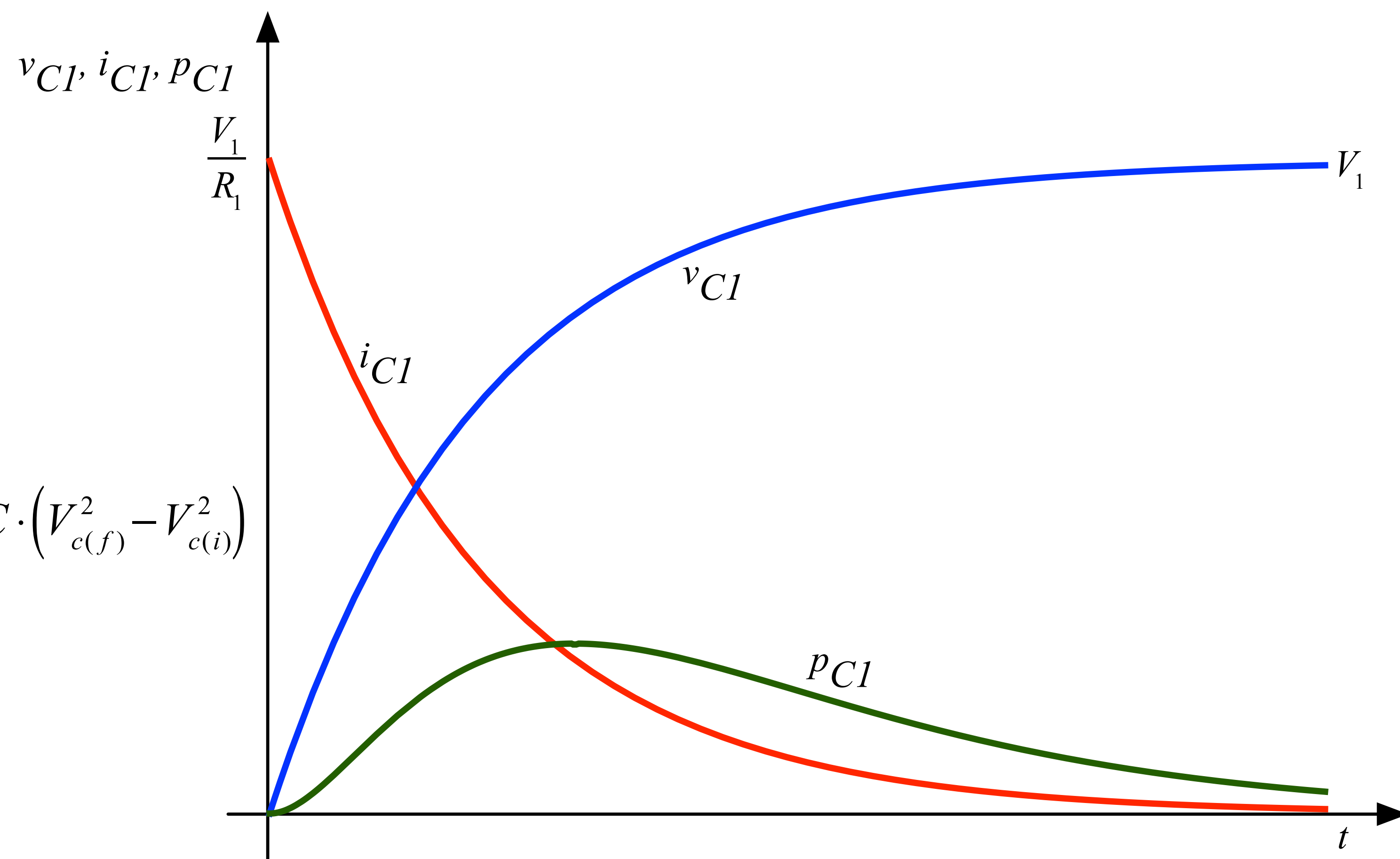
$$W_c = \frac{1}{2} \cdot C \cdot V_i^2$$

Energia acumulada no capacitor

$$\Delta W_c = W_{c(f)} - W_{c(i)} = \frac{1}{2} \cdot C \cdot V_{c(f)}^2 - \frac{1}{2} \cdot C \cdot V_{c(i)}^2 = \frac{1}{2} \cdot C \cdot (V_{c(f)}^2 - V_{c(i)}^2)$$

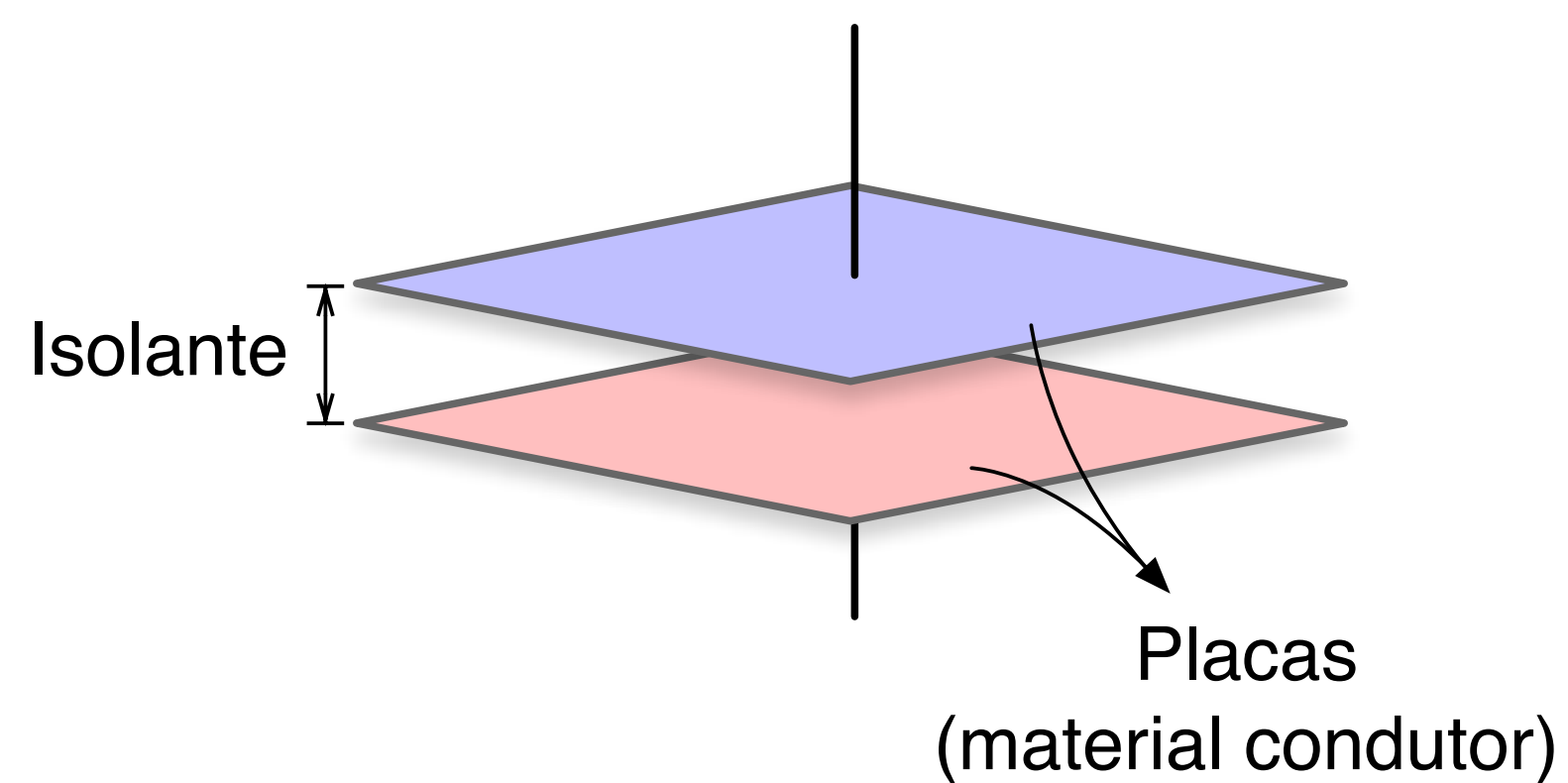
$$W_c = \frac{1}{2} \cdot C \cdot (V_f^2 - V_i^2)$$

Variação da energia em um capacitor



Energia Armazenada em Capacitores

Energia acumulada em capacitores:



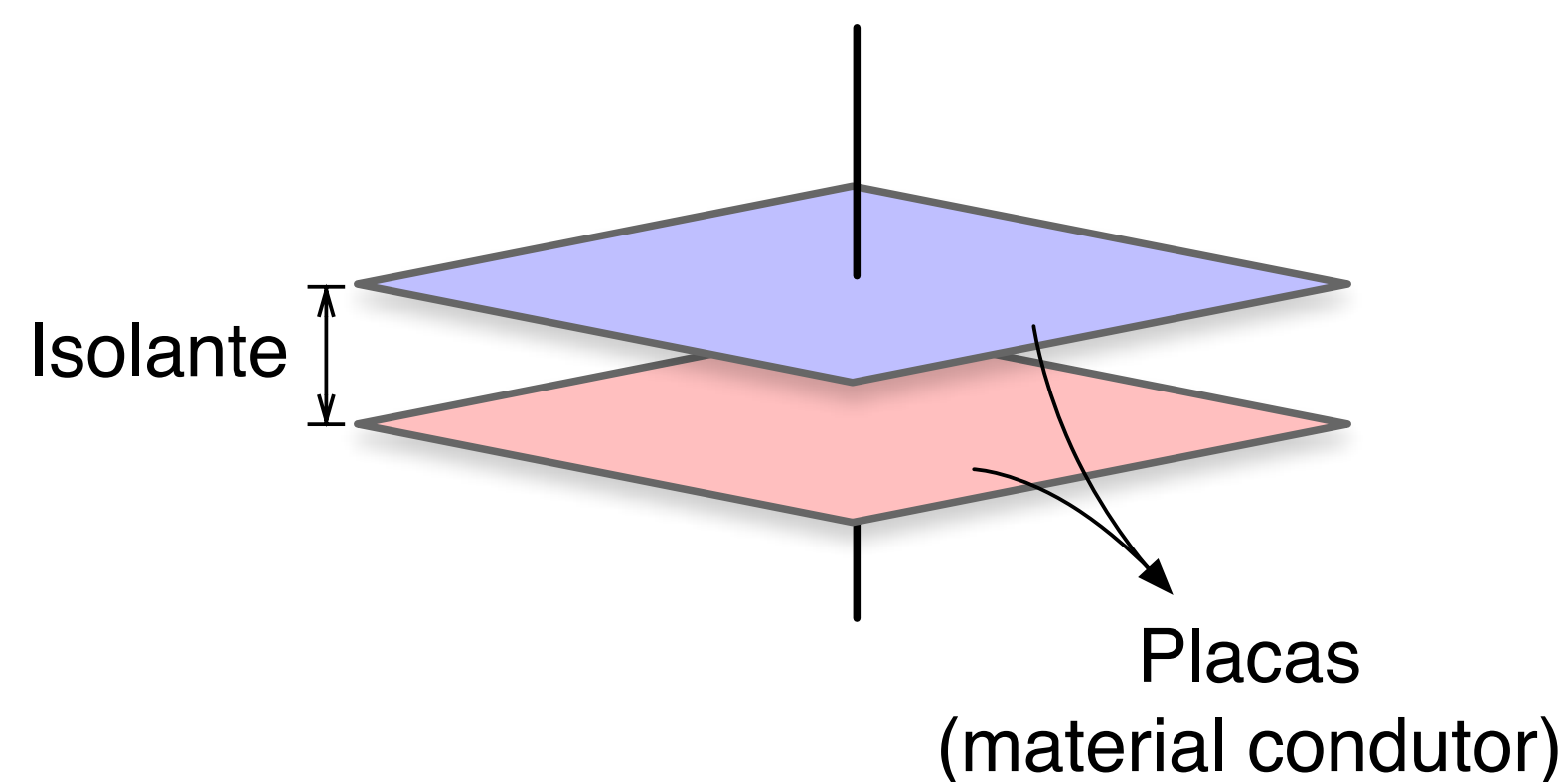
Exemplo 7:

- Um capacitor de 100 μF é carregado com uma tensão de 12 V. Qual a energia acumulada no capacitor após o mesmo estar completamente carregado?

$$W_c = \frac{1}{2} \cdot C \cdot V_i^2 = \frac{1}{2} \cdot 100\mu \cdot 12^2 = 7,2mJ$$

Energia Armazenada em Capacitores

Energia acumulada em capacitores:



Exemplo 8:

- Um capacitor de 1.000 μF é carregado com uma tensão de 15 V, sendo em seguida descarregado parcialmente, ficando sua tensão em 14 V. Determine a energia inicial, final e a variação de energia no capacitor.

$$W_{c(i)} = \frac{1}{2} \cdot C \cdot V_i^2 = \frac{1}{2} \cdot 1000\mu \cdot 15^2 = 0,1125J$$

$$W_{c(f)} = \frac{1}{2} \cdot C \cdot V_f^2 = \frac{1}{2} \cdot 1000\mu \cdot 14^2 = 0,098J$$

$$\Delta W_c = W_{c(f)} - W_{c(i)} = 0,1125 - 0,098 = 0,0145J$$

Próximas Aulas

Sistemas de Controle

Circuitos II

Microcontroladores e Microprocessadores

Eletrônica Digital

Sistemas de Telecomunicações

Eletrônica de Potência

Projetos Integradores

Eletrônica Analógica

Programação