

# 15

## Capítulo

### Projeto de Elementos Magnéticos

#### Meta deste capítulo

Estudar os detalhes de operação e projeto de elementos magnéticos.

#### objetivos

- Entender o funcionamento de elementos magnéticos;
- Projetar elementos magnéticos com núcleo de ar;
- Projetar elementos magnéticos em placas de circuito impresso;
- Projetar elementos magnéticos para operação em alta frequência.

#### Pré-requisitos

Ter estudado o capítulo referente ao princípio de funcionamento do conversor Buck-Boost.

#### Continuidade

O curso continuará com o estudo dos conversores cc-cc isolados.

Prof. Clóvis Antônio Petry.

Florianópolis, setembro de 2014 (revisado em maio de 2020).

## 1 Introdução

Nos capítulos anteriores foram estudados os conversores cc-cc básicos, dentre eles o conversor Buck, Boost e Buck-Boost. Em todos estes conversores foi necessário o emprego de um indutor, seja no filtro de saída, na entrada ou para armazenamento de energia.

Assim, juntamente com transformadores, sejam de baixa ou alta frequência, os indutores são elementos essenciais para o funcionamento dos conversores estáticos. Estes elementos podem ser construídos com núcleos de ar, ferrosilício, ferrite ou outros materiais magnéticos. Deste modo, o estudo do eletromagnetismo, associado as técnicas de projeto destes elementos é importante para todos os profissionais da eletrônica, e não apenas aqueles que trabalham com eletrônica de potência no seu dia-a-dia.

As aplicações para os elementos magnéticos são as mais variadas possíveis, desde adaptação do valor da tensão, isolamento, filtros, dentre outras.

Na Figura 1 mostra-se um indutor para operar com alta frequência, construído com um núcleo de ferrite toroidal. Note que o fio utilizado para a confecção do indutor é esmaltado. Também é mostrado um transformador planar para alta frequência, que possui baixo perfil, o que é uma tendência nos equipamentos eletrônicos de áudio e vídeo atuais. Note que as conexões deste transformador planar são realizadas com placas de circuito impresso, visando facilitar sua montagem no circuito eletrônico.

Assim, neste capítulo será realizada uma breve revisão de eletromagnetismo, seguida pela apresentação de técnicas de projeto de indutores com núcleo de ar em placas de circuito impresso. Após isso, será apresentada a metodologia para projeto de indutores para alta frequência utilizando núcleos toroidais e núcleos do tipo EE. Por fim, será apresentada a metodologia para projeto de transformadores utilizando núcleos de ferrite do tipo EE. Exercícios resolvidos e propostos e o roteiro de laboratório também serão apresentados.

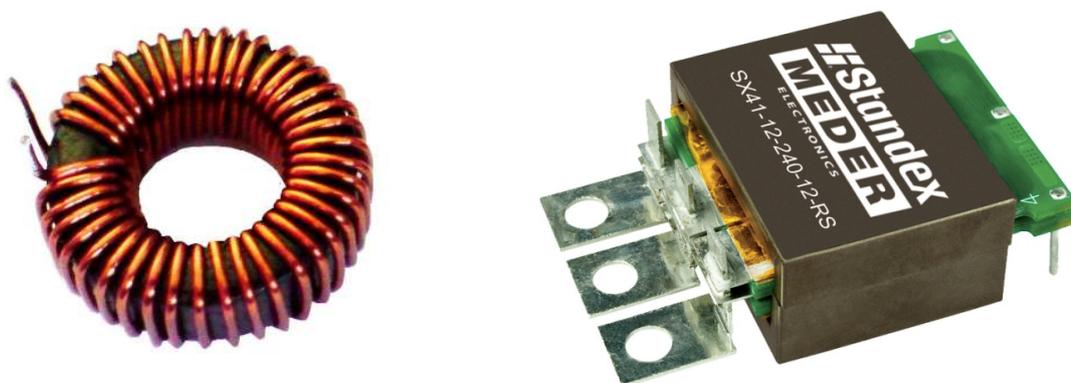


Figura 1 – Exemplo de um indutor e de um transformador para alta frequência.

Fonte: <http://www.hortrafo.com.br> e <http://www.standexmeder.com>. Acesso em: 26/09/2014.

## 2 Conceitos de Eletromagnetismo

### 2.1 Magnetismo Atômico

Em elementos magnéticos atribui-se uma polaridade a determinada região do espaço que concentra linhas de campo magnético. Assim, os dipolos magnéticos são os menores elementos magnéticos que interessam ao objetivo deste capítulo. Estes determinam o comportamento dos materiais num campo magnético e tem origem no *momentum* angular dos elétrons nos íons ou átomos que formam a matéria. Na Figura 2 mostram-se as imagens de elétrons com o movimento ao redor de seu eixo (spin) e o magnetismo associado a este movimento.

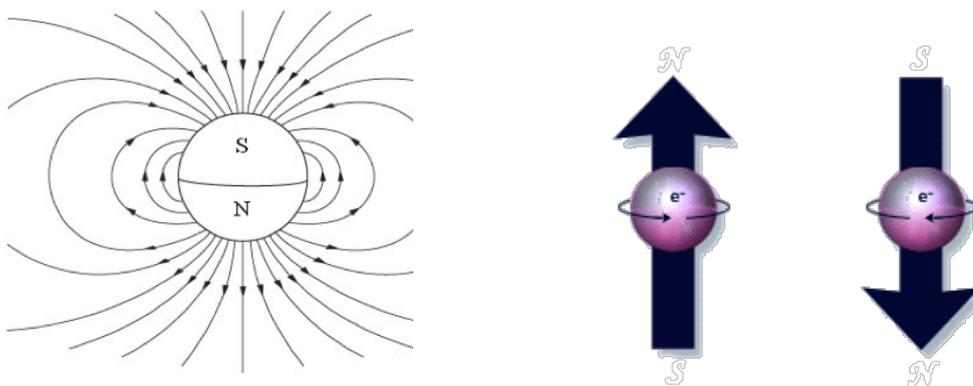


Figura 2 – Dipolos magnéticos.

Fonte: <http://centrobioenergetica.squarespace.com>. Acesso em: 28/09/2014.

Por sua vez, um átomo pode ter seu próprio campo magnético, dependendo do preenchimento de suas camadas. Assim, se as camadas estiverem preenchidas, o magnetismo de cada elétron cancelará o efeito do elétron vizinho, visto estes terem movimentos (spin) contrários entre si e ocuparem o mesmo nível energético. Já se as camadas não estiverem completas, ter-se-á um campo (*momentum*) resultante diferente de zero, conforme mostrado na Figura 3.

A seguir, subindo mais um pouco de nível, agora já microscópico, se tem os domínios magnéticos, que são pequenas regiões ou espaços de alinhamento unidirecional dos momentos magnéticos, geralmente tem dimensões menores que 0,05 mm e tem contornos identificáveis, similar aos grãos, conforme mostrado na Figura 4.

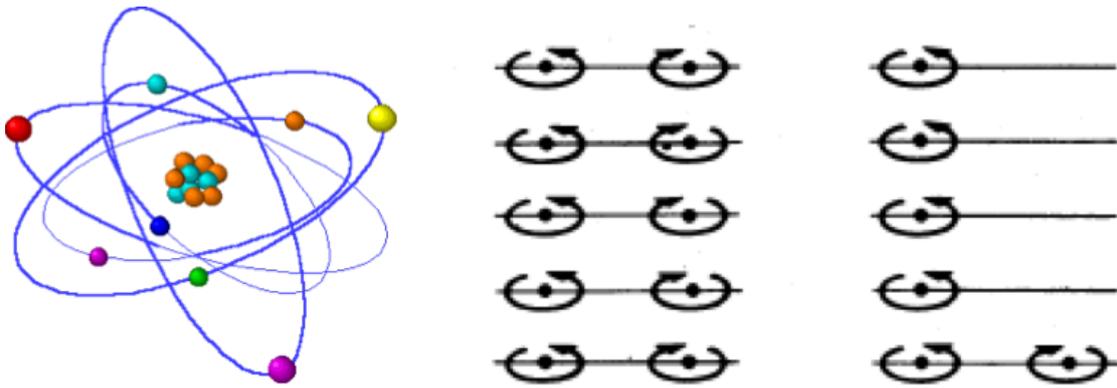


Figura 3 – Magnetismo atômico.

Fonte: (Rezende, 2004).

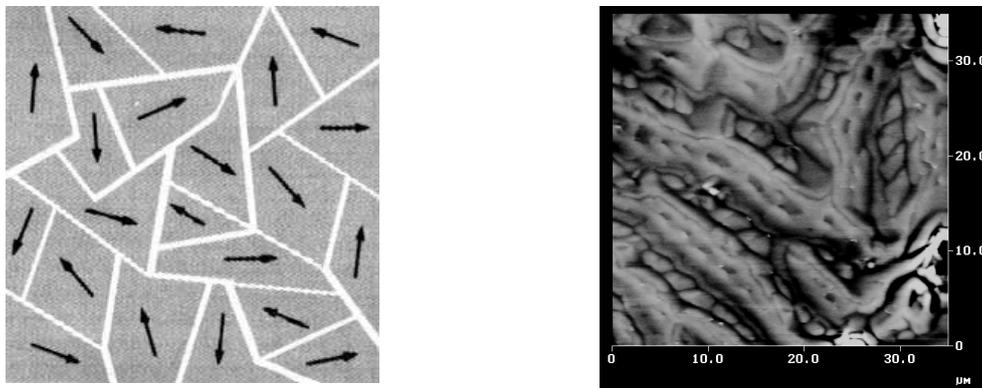


Figura 4 – Domínios magnéticos.

Fonte: <http://bibliotecadigital.ilce.edu.mx> e [www.geociencias.unam.mx](http://www.geociencias.unam.mx). Acesso em: 28/09/2014.

## 2.2 Campo Magnético

Campo magnético é uma região do espaço com a presença de fenômenos magnéticos, mais especificamente linhas de campo. Algumas características das linhas de campo magnético são: são sempre linhas fechadas; nunca se cruzam; fora do ímã, saem do norte e são orientadas para o sul; dentro do ímã tem orientação contrária; saem e entram perpendicularmente à superfície do ímã e quanto maior a concentração das linhas, mais intenso é o campo. O campo magnético pode ser não-uniforme ou uniforme, como mostrado na Figura 5.

Os materiais possuem comportamentos distintos quando são imersos em campos magnéticos, como pode ser observado na Figura 6. Note que alguns materiais não alteram o percurso das linhas de campo, enquanto outros materiais concentram estas linhas de campo.

Em materiais condutores de corrente elétrica, os metais, por exemplo, permitem a circulação das cargas elétricas. Já os materiais magnéticos não possuem o efeito de conduzir ou não as linhas de campo, mas sim, o efeito de concentrar ou não as linhas de campo. Este comportamento dos materiais permite classificá-los em ferromagnéticos, diamagnéticos ou

paramagnéticos. Os primeiros, ferromagnéticos, possuem permeabilidade magnética muito maior a unidade. Já os diamagnéticos possuem permeabilidade magnética menor que um (1) e os paramagnéticos possuem permeabilidade magnética praticamente igual a unidade. O conceito de permeabilidade magnética será visto a seguir. O efeito de concentração das linhas de força pode ser usado como blindagem eletromagnética, como se observa na Figura 7, muito usado em equipamentos eletrônicos para diminuir o efeito da interferência eletromagnética do ambiente no funcionamento de circuitos sensíveis, por exemplo circuitos que operam em alta frequência ou circuitos de medição de grandezas elétricas.

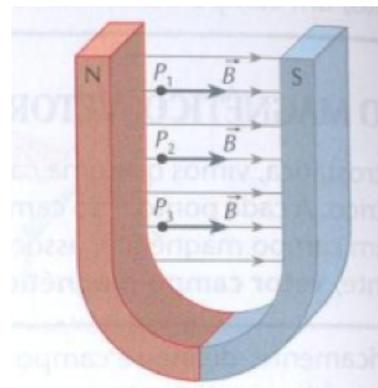
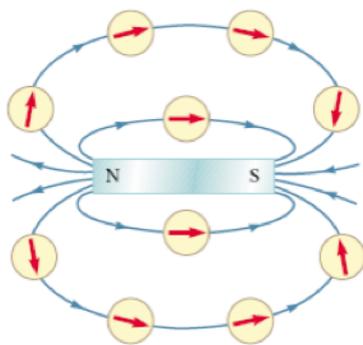


Figura 5 – Campo magnético não-uniforme e uniforme.

Fonte: (Ramalho, 2006).

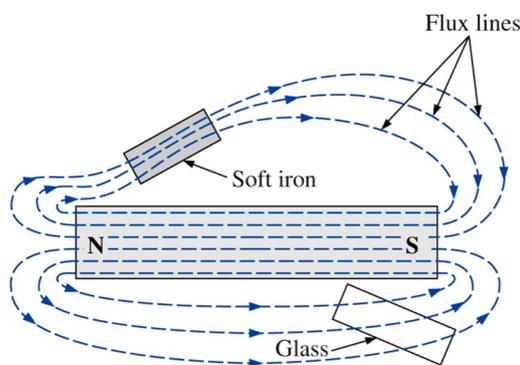


Figura 6 – Comportamento dos materiais imersos em campos magnéticos.

Fonte: (Boylestad, 2004).

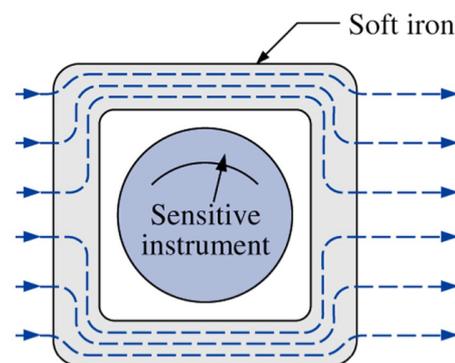


Figura 7 – Blindagem eletromagnética.

Fonte: (Boylestad, 2004).

O campo magnético pode ser gerado pela passagem da corrente elétrica em um condutor. As linhas de campo em um condutor retilíneo são perpendiculares ao mesmo, como mostrado na Figura 8. Quando se enrola o fio condutor em forma de espira (volta), se tem um efeito de somatório das linhas de força (vetores) na parte interna da espira, como mostrado na Figura 9, o que resulta em um campo mais intenso. Por sua vez, se diversas espiras forem enroladas lado a lado, como mostrado na Figura 10 se tem o somatório do campo de cada espira, resultando em uma

bobina com um campo mais intenso ainda, proporcional ao seu número de espiras ( $N$ ). Este efeito é usado para a construção de indutores, transformadores, eletroímãs, motores e outros dispositivos eletromagnéticos.

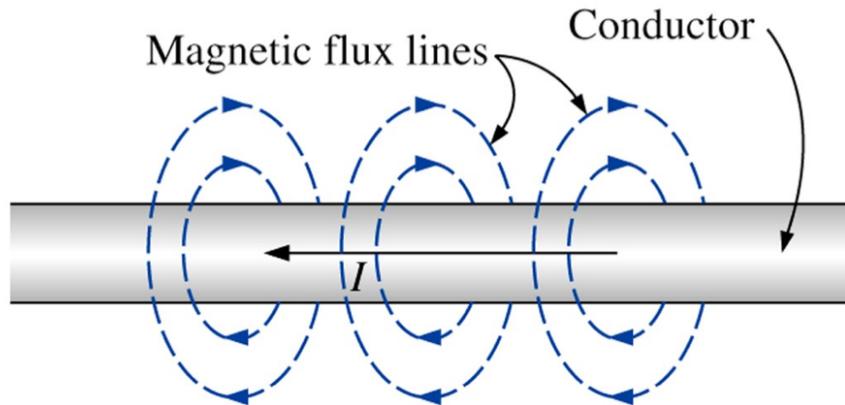


Figura 8 – Linhas de campo em um condutor percorrido por uma corrente elétrica.

Fonte: (Boylestad, 2004).

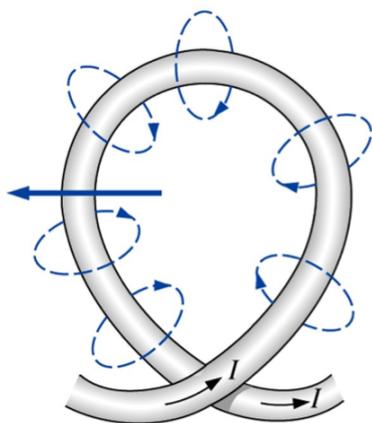


Figura 9 – Linhas de campo em uma espira (volta).

Fonte: (Boylestad, 2004).

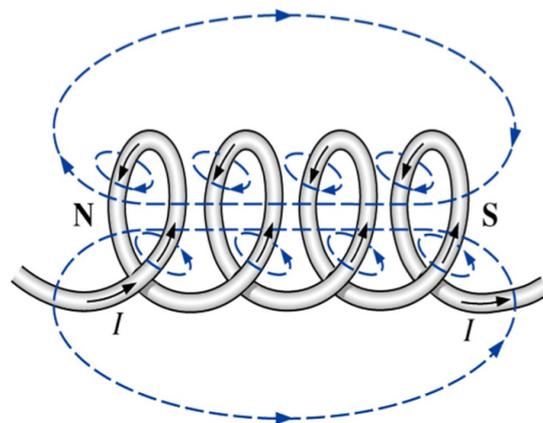


Figura 10 – Linhas de campo em uma bobina.

Fonte: (Boylestad, 2004).

### 2.3 Densidade de Fluxo Magnético e Fluxo Magnético

A densidade de fluxo ( $B$ ) é número de linhas de campo por unidade de área. Sua unidade é Tesla [T], onde um Tesla é igual a 1 Weber por metro quadrado de área.

Já o fluxo magnético ( $\phi$ ) é o conjunto de todas as linhas de campo que atingem perpendicularmente uma área. Tem como unidade o weber [Wb], sendo que 1 Weber corresponde a  $1 \times 10^8$  linhas de campo. O fluxo magnético ( $\phi$ ) em um área ( $A$ ) corresponde a densidade de fluxo magnético ( $B$ ), conforme mostrado na Figura 11.

$$B = \frac{\phi}{A} \left[ T = \frac{Wb}{m^2} \right].$$

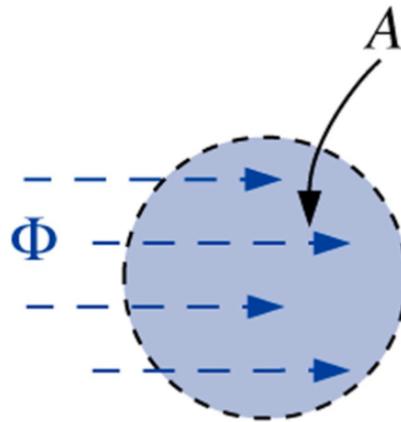


Figura 11 – Fluxo magnético ( $\phi$ ) em uma área  $A$ .

Fonte: (Boylestad, 2004).

## 2.4 Força Magnetizante

A força magnetizante ou força magnética ( $H$ ) é a reação do material ao fluxo magnético, ou seja, representa o comportamento do material quando submerso em um campo magnético, como se observa na Figura 12. A força magnética ( $H$ ) é dependente da corrente elétrica que circula pelo elemento magnético (indutor, transformador, eletroímã, etc.), de seu número de espiras e de sua geometria. Assim, a força magnética tem unidade de medida dada por Ampère por metro.

$$H = (I, N, l) [A / m].$$

A inclinação da curva  $B \times H$  pode ser modificada pela inserção de um entreferro no caminho magnético. A inserção de um entreferro no caminho magnético altera a relutância magnética, modificando o comportamento da densidade de campo em função da força magnetizante. Esse efeito é mostrado na Figura 13 e será utilizado para ajuste da indutância em indutores, além de possibilitar a operação com altas correntes, portanto altas forças magnetizantes, evitando-se a saturação do elemento magnético.

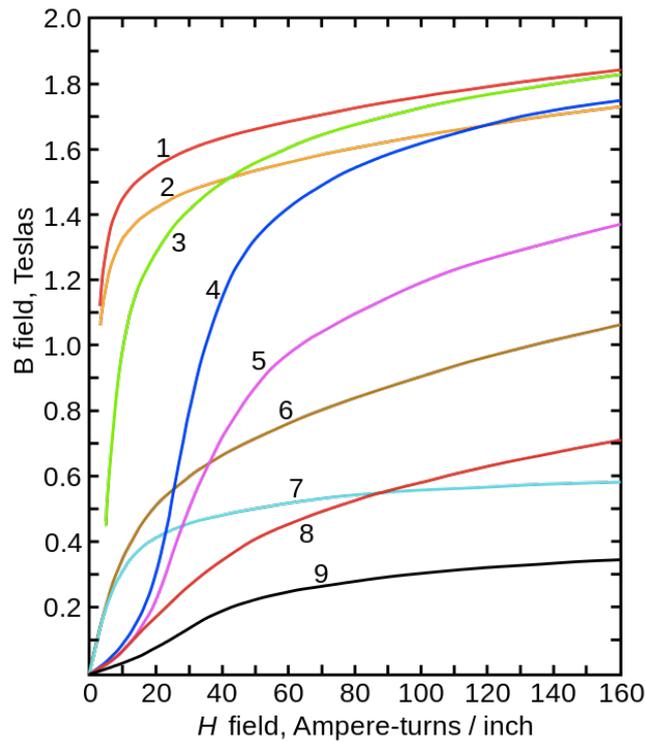


Figura 12 – Curva  $B \times H$  de diferentes materiais (1-Sheet steel, 2-Silicon steel, 3-Cast steel, 4-Tungsten steel, 5-Magnet steel, 6-Cast iron, 7-Nickel, 8-Cobalt, 9-Magnetite).

Fonte: (Wikipedia, 2014).

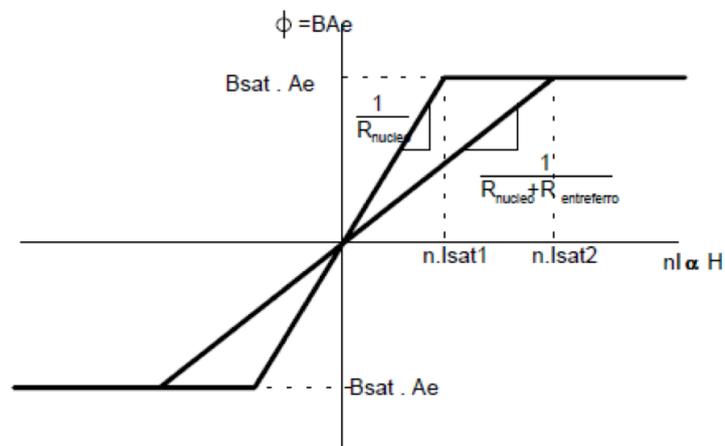


Figura 13 – Alteração da curva de  $B \times H$  empregando-se entreferros.

Fonte: (Barbi, 2007).

## 2.5 Permeabilidade Magnética

A relação entre a densidade de campo magnético ( $B$ ) e a força magnética ( $H$ ) é denominada de permeabilidade magnética. A classificação dos materiais é realizada conforme sua permeabilidade magnética, ou seja, seu comportamento quando imerso em um campo magnético,

concentrando ou não as linhas de campo.

$$\mu = \frac{B}{H} \left[ \frac{Wb}{A/m} \right].$$

Os materiais paramagnéticos tem permeabilidade muito próxima da unidade, que é a permeabilidade do vácuo, denominada de permeabilidade absoluta. Todos os outros materiais são classificados em relação a permeabilidade do vácuo, que é dada por:

$$\mu_o = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Wb}{A/m}.$$

$$\mu = \mu_r \cdot \mu_o.$$

A permeabilidade relativa de alguns materiais empregados para a construção de dispositivos eletromagnéticos é mostrada na Tabela 1. Nota-se a grande diferença da permeabilidade relativa do ferro silício em relação ao ferrite, ambos materiais muito empregados para a construção de indutores e transformadores de baixa e alta frequência, respectivamente.

*Tabela 1 – Permeabilidade relativa de alguns materiais magnéticos.*

<b>Material</b>	<b>Permeabilidade relativa (<math>\mu_r</math>)</b>
Ferro comercial	9.000
Ferro purificado	200.000
Ferro silício	55.000
Permalloy	1.000.000
Super permalloy	10.000.000
Permendur	5.000
Ferrite	2.000

A construção de motores elétricos de pequenas dimensões, empregados em discos rígidos de computador, micromotores usados em medicina, dentre outros elementos de pequenas dimensões, demanda o uso de materiais com altas permeabilidades, como o Super Permalloy, por exemplo, resultando em menor dimensão do núcleo e menor número de espiras. Daí se pode concluir que, em sendo a permeabilidade do ar praticamente idêntica a do vácuo, ou seja, 1, resulta em elementos de maior tamanho, comparados com elementos construídos usando-se materiais como o ferro silício ou ferrite.

É importante destacar que a permeabilidade varia com a aplicação da força magnetizante, conforme se pode observar na Figura 15, onde se percebe que o comportamento do material é altamente não-linear, resultando até em diminuição da permeabilidade quando da imersão deste em campos magnéticos muito intensos.

A permeabilidade do material também varia com a temperatura, sendo que os fabricantes fornecem curvas com o comportamento dos núcleos, como pode ser observado na Figura 16. No

projeto do dispositivo magnético deve-se levar em conta a temperatura de operação, sendo mais apropriado se operar com 80 °C, pois a temperatura ambiente em muitas regiões do Brasil é superior aos 23 °C. Na Figura 16 pode-se verificar também que o material do fabricante Thornton pode operar com temperatura até 170 °C, mas acima disso a permeabilidade cai abruptamente, prejudicando o funcionamento do dispositivo eletromagnético.

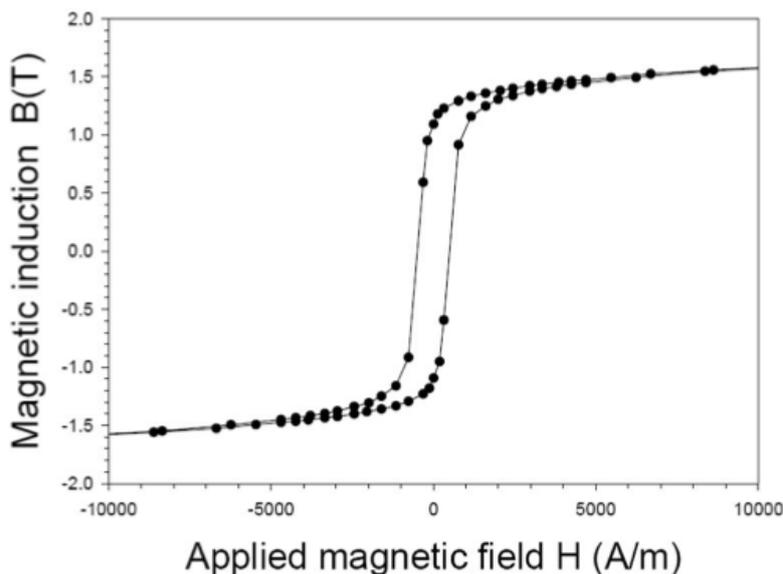


Figura 14 – Curva de comportamento magnético de um material.

Fonte: (Boylestad, 2004).

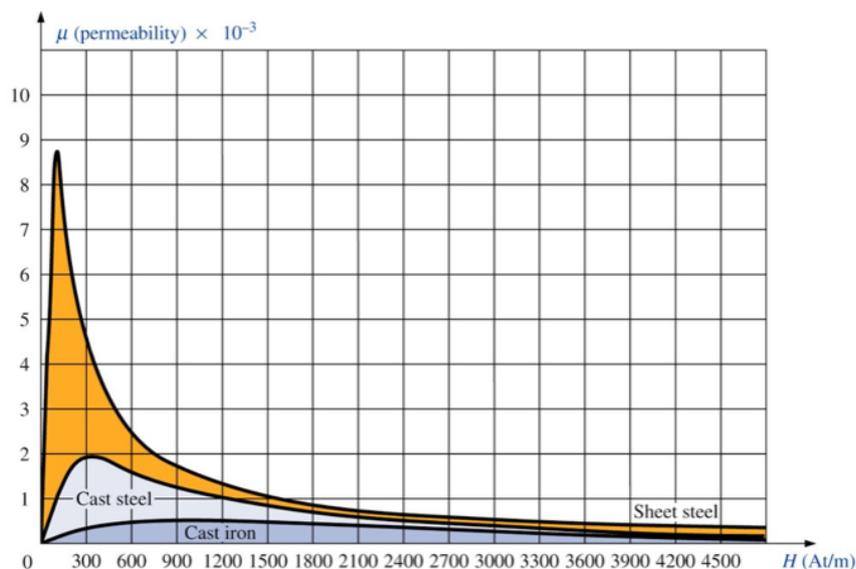
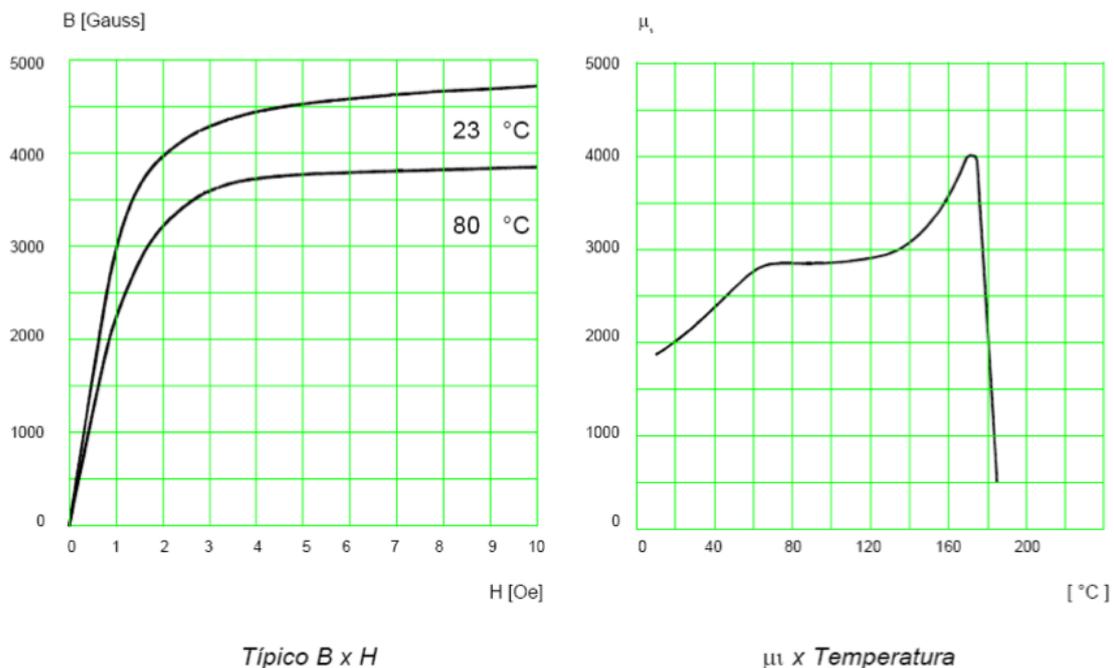


Figura 15 – Curva mostrando a variação da permeabilidade com a força magnetizante.

Fonte: (Boylestad, 2004).



Típico  $B \times H$   $\mu_r \times Temperatura$

Fonte: <http://www.thornton.com.br>. Acesso em: 28/09/2014.

## 2.6 Curva de Histerese

A curva da permeabilidade do material, ou seja, a curva de resposta da densidade de campo magnético ( $B$ ) quando da aplicação de uma força magnética ( $H$ ) é denominada de curva  $B \times H$ , como pode ser observado na Figura 17. Este comportamento não-linear se deve ao comportamento dos domínios magnéticos do material, que tem reação diferente conforme a intensidade da força magnética aplicada. A Figura 18 mostra o comportamento dos domínios magnéticos no interior do material, quando submetidos à força magnética.

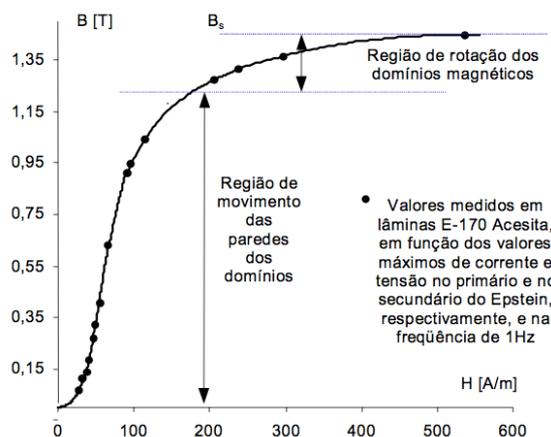


Figura 17 – Curva  $B \times H$  de um material magnético.

Fonte: (Batistela, 2001).

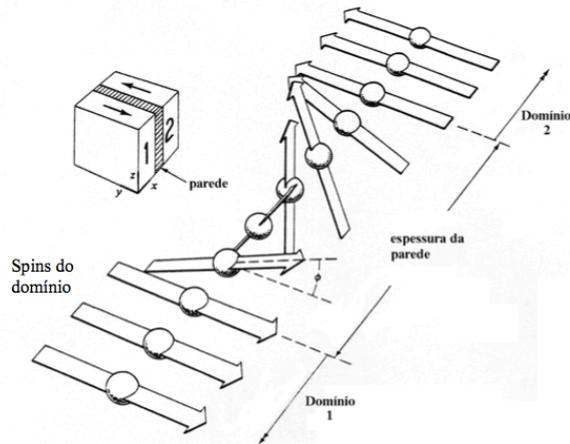


Figura 18 – Comportamento dos domínios magnéticos do material.

Fonte: (Batistela, 2001).

É importante notar na curva mostrada na Figura 17 que aumentando a corrente elétrica, ou seja, a força magnética, a densidade de campo magnético aumenta, até um determinado ponto, quando inicia a saturação do material. Isso significa que todos os domínios foram orientados. Este ponto na curva é denominado de densidade de campo de saturação ( $B_s$ ).

A curva de resposta do material quando submetido a uma força magnetizante que varia com a corrente elétrica é mostrada na Figura 19 onde notam-se algumas características importantes. Uma delas é o fato de que ao se aumentar a corrente, a densidade magnética ( $B$ ) aumenta, até se atingir a saturação, no quadrante direito superior da figura. Quando se diminui a corrente, o traçado da curva é diferente, até o ponto em que a corrente é zero e a densidade de campo tem um valor residual ( $B_r$ ), mostrando que alguns domínios magnéticos permaneceram orientados, mesmo sem a presença de força magnética. É esta propriedade dos materiais que permite a construção de ímãs artificiais.

Ao se inverter o sentido da corrente elétrica, aplicando uma força magnética negativa, a orientação dos domínios também é invertida, resultando em uma densidade de campo magnético nos quadrantes esquerdos da figura.

A curva  $B \times H$  de um material representa a energia necessária para a orientação dos domínios magnéticos, sendo sua área uma característica das perdas no material.

Os materiais podem ser classificados como moles ou duros, dependendo de sua curva de histerese. Os materiais com curva larga e valor alto de magnetismo residual (remanente ou remanescente) são utilizados com ímãs permanentes para a construção de motores, alto falantes, etc. Já os materiais com curva estreita e baixo valor de magnetismo residual são empregados para a construção de dispositivos com campo magnético variável, como indutores, motores de indução, etc.

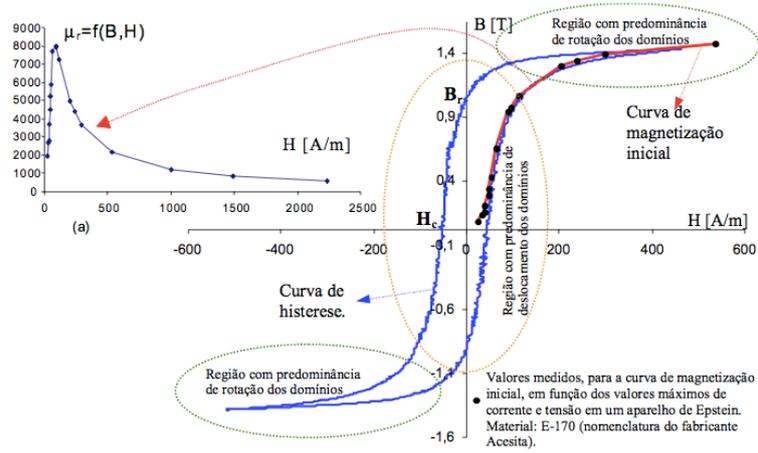


Figura 19 – Curva de histerese de um material magnético.

Fonte: (Batistela, 2001).

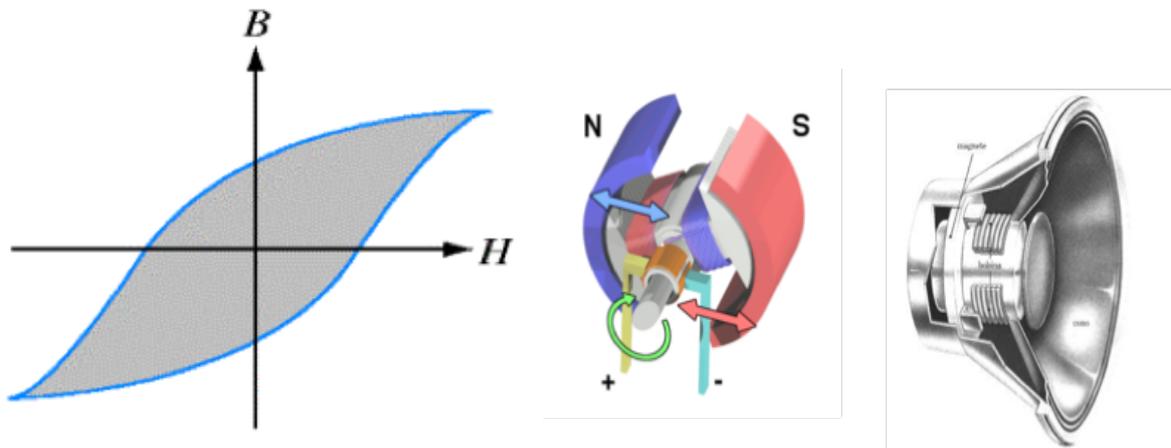


Figura 20 – Curva de histerese de materiais duros e exemplos de aplicação.

Fonte: (Boylestad, 2004).

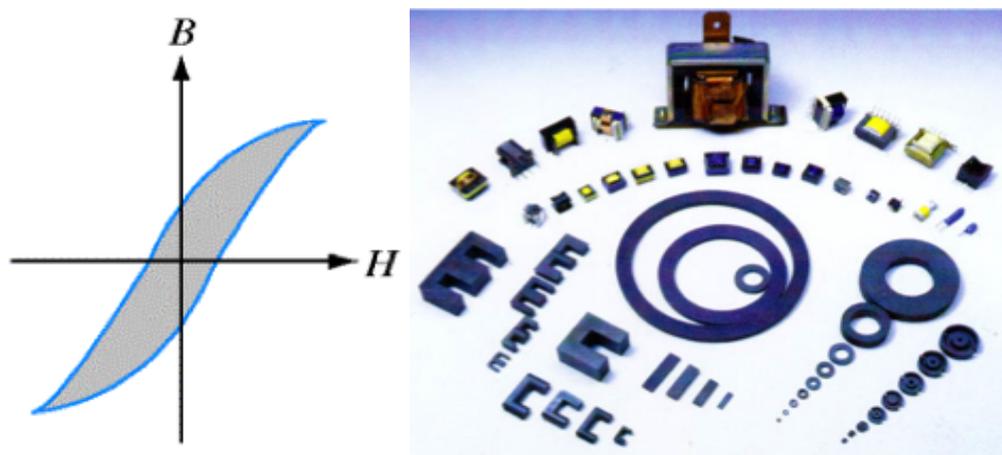


Figura 21 – Curva de histerese de materiais moles e exemplos de aplicação.

Fonte: (Boylestad, 2004).

Afora esta classificação, os materiais mais empregados atualmente para a construção de dispositivos são o ferro silício, ferrite e pós metálicos. O primeiro é obtido com a mistura de silício com o ferro. O segundo e terceiro são materiais compostos pela mistura de diferentes elementos, visando se obter as características desejadas. Os núcleos de ferro silício são laminados, enquanto os de ferrite e pós metálicos são compactos. A Figura 22 mostra exemplos destes materiais.



Figura 22 – Materiais magnéticos empregados para construção de dispositivos eletromagnéticos.

Fonte: <http://www.magnoepaula.com.br>; <http://www.thornton.com.br> e

<http://www.magmattec.com>. Acesso em: 28/09/2014.

## 2.7 Perdas nos Dispositivos Eletromagnéticos

As perdas nos dispositivos eletromagnéticos são devidas ao efeito Joule nos condutores e as perdas no núcleo.

As perdas nos condutores dependem de sua resistência elétrica, isto é, estão associadas a área do condutor. Estas podem ser minimizadas aumentando-se a seção do material, empregando-se condutores com bitola (área) maior.

Por sua vez, as perdas no núcleo são devidas a energia necessária para a orientação dos domínios magnéticos, dependendo da curva de histerese de cada material. Materiais com curvas de histerese mais largas terão maiores perdas, enquanto materiais com curvas estreitas tem perdas menores. Já materiais não magnéticos não apresentarão estas perdas, o que representa uma vantagem de se utilizar núcleo de ar, por exemplo.

Os elementos magnéticos com núcleos de ar (papel, plástico, etc.) não apresentam o fenômeno da saturação. Assim, nestes materiais podem se aplicar altas forças magnéticas sem que este apresente alteração em sua curva. A Figura 23 mostra a curva  $B \times H$  para diferentes materiais, inclusive para o ar.

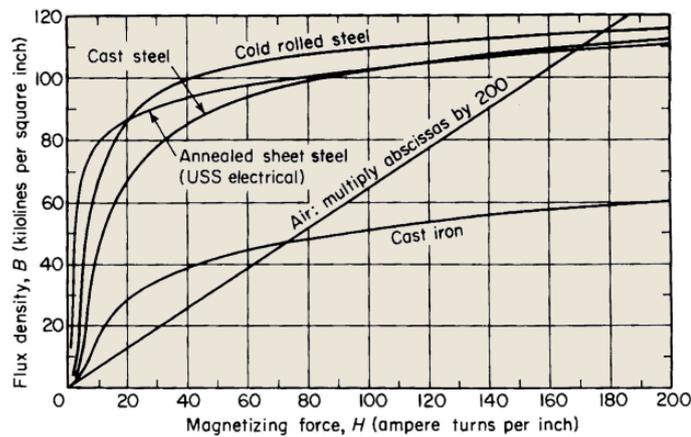


Figura 23 – Curva  $B \times H$  do ar.

Fonte: <http://www.vias.org>. Acesso em: 28/09/2014.

As perdas por histerese no material magnético dependem de sua curva, sendo associadas ao material produzido por cada fabricante de núcleos magnéticos. É comum os fabricantes disponibilizarem na folha de dados do material o comportamento das perdas magnéticas para seus núcleos, permitindo assim que o projetista possa obter a potência dissipada no núcleo para seu projeto específico.

Além das perdas por histerese, se o núcleo for construído com materiais não-isolantes, como é o caso o ferro, irá ocorrer a indução de correntes no núcleo, fazendo com que se tenha perdas por efeito Joule no material magnético. Estas correntes induzidas no núcleo são denominadas de correntes parasitas (Figura 24), ou correntes de Foucault (*eddy currents*).

O ferro puro tem baixa resistência ôhmica, por isso apresenta altas perdas por correntes parasitas. Por sua vez, o silício é um semicondutor, apresentando resistências mais altas que o ferro. Assim, os núcleos de ferro silício são obtidos revestindo-se o ferro com silício, visando diminuir suas correntes parasitas. Além disso, o ferro silício é laminado, também com o objetivo de se aumentar a resistência elétrica do núcleo para diminuir suas perdas.

As chapas de ferro silício laminado (Figura 25) são utilizadas preferencialmente em baixa frequência, pois como o volume do núcleo é inversamente proporcional à frequência, torna-se interessante usar materiais com altas permeabilidades em baixas frequências (60 Hz). Já em altas frequências as perdas por correntes parasitas no ferro silício seriam altas, o que representa uma desvantagem deste material.

Por sua vez, o núcleo com ferrite tem menor permeabilidade, mas é um material com alta resistência elétrica, apresentando poucas perdas por correntes parasitas. Esta característica o torna interessante para a construção de elementos que operam em altas frequências. Já em baixas frequências este material resultaria em um dispositivo magnético com maior volume que com o ferro silício, pois sua permeabilidade magnética é bem menor do que do ferro silício (55.000 do ferro silício para 2.000 do ferrite).

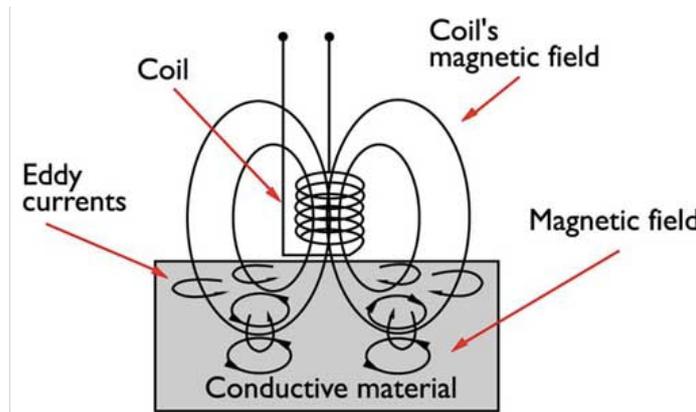


Figura 24 – Correntes parasitas no núcleo.

Fonte: <http://www.seymourduncan.com>. Acesso em: 28/09/2014.



Figura 25 – Chapas de ferro silício e transformador com núcleo laminado.

Fonte: <http://www.americansil.com.br> e <http://www.weg.com>. Acesso em: 28/09/2014.

Por fim, vale lembrar que as perdas por correntes parasitas no núcleo podem ser utilizadas para fins desejáveis, como por exemplo para a construção de medidores de energia elétrica, freios magnéticos ou fornos por indução, mostrados na Figura 26.



Figura 26 – Medidor analógico de energia; freio magnético e forno de indução.

Fonte: <http://www.nardineletrica.com.br>; <http://www.solucoesindustriais.com.br> e <http://loja.fischer.com.br/>. Acesso em: 28/09/2014.

Assim, em síntese se tem que as perdas em um dispositivo magnético são:

- Perdas no enrolamento – perdas por efeito Joule nos condutores (espiras);
- Perdas no núcleo:
  - Perdas por histerese – perdas para a orientação dos domínios magnéticos;
  - Perdas por correntes parasitas – perdas por efeito Joule pela indução de correntes no próprio núcleo.

## 3 Escolha dos Condutores

### 3.1 Efeito de Proximidade

O efeito de proximidade relaciona um aumento na resistência em função dos campos magnéticos produzidos pelos demais condutores colocados nas adjacências. Este efeito é resultado do surgimento de uma força sobre uma carga elétrica em movimento, fazendo com que o campo produzido por uma espira em uma bobina provoque uma força sobre os elétrons que circulam pelas outras espiras. Este efeito pode ser observado na Figura 28.

O efeito de proximidade torna-se significativo em altas correntes, podendo gerar forças tão intensas a ponto de deslocar os condutores da bobina. Em condutores em paralelo, conforme mostrado na Figura 28, o efeito pode aparecer quando se opera em frequências altas, o que é comum em eletrônica de potência, fazendo com a temperatura em regiões específicas do condutor sejam elevadas.

O efeito de proximidade é diferente para operação em corrente contínua ou em corrente alternada, ou seja, a resistência do condutor em CC é diferente do que em CA. Neste caso, as perdas em corrente alternada são maiores do que em corrente contínua.

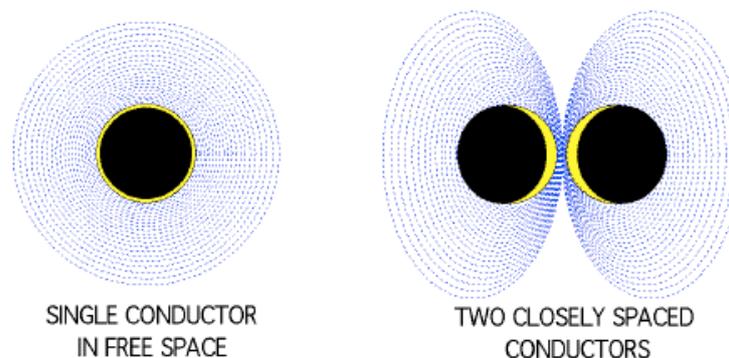


Figura 27 – Efeito de proximidade entre condutores em uma bobina.

Fonte: <http://www.impeder.com>. Acesso em: 28/09/2014.

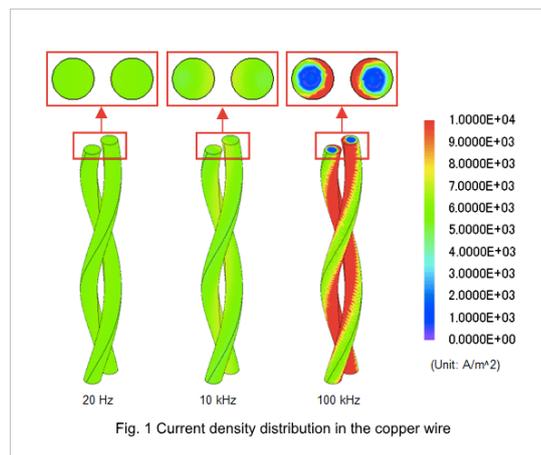


Figura 28 – Efeito de proximidade em condutores em paralelo.

Fonte: [http:// http://electronics.stackexchange.com](http://electronics.stackexchange.com). Acesso em: 28/09/2014.

### 3.2 Efeito Pelicular (*skin*)

O efeito pelicular (*skin*) faz com que a corrente se concentre na periferia do condutor quando se opera em frequências altas. Este efeito restringe a secção do condutor para frequências elevadas. Em altas frequências, a tensão oposta induzida se concentra no centro do condutor, resultando em uma corrente maior próxima à superfície do condutor e uma rápida redução próxima do centro.

O efeito pelicular restringe a área útil do condutor em relação à frequência de operação. Isso significa que se deve utilizar condutores com seção menor do que a profundidade de penetração da corrente, dada pela expressão a seguir, que especifica o raio máximo que o condutor deverá possuir para que a corrente ocupe toda a sua área útil.

$$r \approx \frac{7,5}{\sqrt{F_s}} [cm].$$

Já o diâmetro máximo do condutor poderá ser obtido por:

$$D = 2 \cdot r = 2 \cdot \frac{7,5}{\sqrt{F_s}} = \frac{15}{\sqrt{F_s}}.$$

Em virtude da corrente que irá circular pelo condutor poderá ser necessária uma área maior do que a determinada pelo diâmetro calculado pelo efeito pelicular. Neste caso será necessário empregar vários condutores em paralelo, mas isolados entre si. Para isso pode-se empregar condutores específicos, como o fio Litz, mostrado na Figura 30.

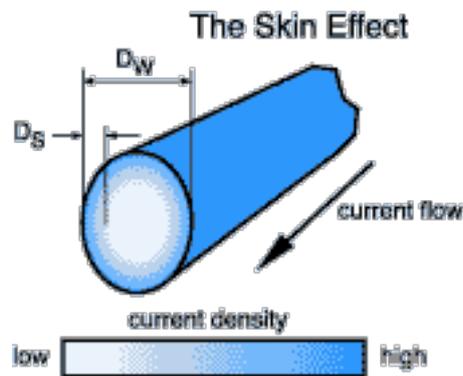


Figura 29 – Efeito pelicular em um condutor.

Fonte: <http://info.ee.surrey.ac.uk>. Acesso em: 28/09/2014.

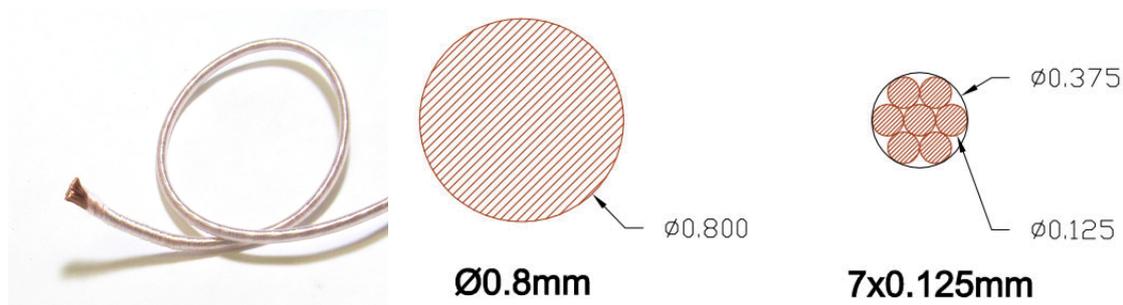


Figura 30 – Condutores em paralelo para atender a corrente necessária.

Fonte: <http://www.fluxeon.com>. Acesso em: 28/09/2014.

### 3.3 Tabela de Condutores

Os condutores para a construção de indutores e transformadores podem ser de alumínio ou cobre, cilíndricos ou retangulares. Em geral são utilizados condutores de cobre isolados com uma camada de esmalte, ou seja, esmaltados. A sua escolha é determinada em função da densidade de corrente que irá circular pelos mesmos. Um valor típico de densidade de corrente é  $450 \text{ A/cm}^2$ . Este valor foi utilizado para se elaborar a tabela a seguir, muito útil para a escolha dos condutores a serem utilizados para a construção do dispositivo eletromagnético.

A primeira coluna é a numeração no padrão americano AWG (*American wire gage*). A seguir se tem o diâmetro do condutor, seguido pela sua área. Depois se tem o diâmetro e área com isolamento, ou seja, levando-se em conta o esmalte também. Após se tem a resistividade do condutor para  $20 \text{ }^\circ\text{C}$  e  $100 \text{ }^\circ\text{C}$  e finalmente a corrente para uma densidade de corrente de  $450 \text{ A/cm}^2$ .

Tabela 2 – Tabela de fios de cobre.

AWG	$D_{\text{fio}}$ Diâmetro Cobre [cm]	$A_{\text{fio}}$ Área Cobre [cm <sup>2</sup> ]	$D_{\text{fio isol}}$ Diâmetro Isolamento [cm]	$A_{\text{fio isol}}$ Área Isolamento [cm <sup>2</sup> ]	$\rho$ @20 °C [Ω/cm]	$\rho$ @100 °C [Ω/cm]	$I$ @450 A/cm <sup>2</sup> [A]
10	0,259	0,052620	0,273	0,058572	0,000033	0,000044	23,679
11	0,231	0,041729	0,244	0,046738	0,000041	0,000055	18,778
12	0,205	0,033092	0,218	0,037309	0,000052	0,000070	14,892
13	0,183	0,026243	0,195	0,029793	0,000066	0,000080	11,809
14	0,163	0,020811	0,174	0,023800	0,000083	0,000111	9,365
15	0,145	0,016504	0,156	0,019021	0,000104	0,000140	7,427
16	0,129	0,013088	0,139	0,015207	0,000132	0,000176	5,890
17	0,115	0,010379	0,124	0,012164	0,000166	0,000222	4,671
18	0,102	0,008231	0,111	0,009735	0,000209	0,000280	3,704
19	0,091	0,006527	0,100	0,007794	0,000264	0,000353	2,937
20	0,081	0,005176	0,089	0,006244	0,000333	0,000445	2,329
21	0,072	0,004105	0,080	0,005004	0,000420	0,000561	1,847
22	0,064	0,003255	0,071	0,004013	0,000530	0,000708	1,465
23	0,057	0,002582	0,064	0,003221	0,000668	0,000892	1,162
24	0,051	0,002047	0,057	0,002586	0,000842	0,001125	0,921
25	0,045	0,001624	0,051	0,002078	0,001062	0,001419	0,731
26	0,040	0,001287	0,046	0,001671	0,001339	0,001789	0,579
27	0,036	0,001021	0,041	0,001344	0,001689	0,002256	0,459
28	0,032	0,000810	0,037	0,001083	0,002129	0,002845	0,364
29	0,029	0,000642	0,033	0,000872	0,002685	0,003587	0,289
30	0,025	0,000509	0,030	0,000704	0,003386	0,004523	0,229
31	0,023	0,000404	0,027	0,000568	0,004269	0,005704	0,182
32	0,020	0,000320	0,024	0,000459	0,005384	0,007192	0,144
33	0,018	0,000254	0,022	0,000371	0,006789	0,009070	0,114
34	0,016	0,000201	0,020	0,000300	0,008560	0,011437	0,091
35	0,014	0,000160	0,018	0,000243	0,010795	0,014422	0,072
36	0,013	0,000127	0,016	0,000197	0,013612	0,018186	0,057
37	0,011	0,000100	0,014	0,000160	0,017165	0,022932	0,045
38	0,010	0,000080	0,013	0,000130	0,021644	0,028917	0,036
39	0,009	0,000063	0,012	0,000106	0,027293	0,036464	0,028
40	0,008	0,000050	0,010	0,000086	0,034417	0,045981	0,023
41	0,007	0,000040	0,009	0,000070	0,043399	0,057982	0,018

Fonte: (Barbi, 2007).

## 4 Indutores

### 4.1 Indutância

A Lei de Faraday explicita que em todo condutor enquanto sujeito a uma variação de fluxo magnético é estabelecida uma força eletromotriz (tensão) induzida.

$$\varepsilon = N \frac{d\phi}{dt} [V].$$

Já a Lei de Lenz impõe que o sentido da corrente induzida é tal que origina um fluxo magnético induzido, que se opõe à variação do fluxo magnético indutor.

$$\varepsilon = -N \frac{d\phi}{dt} [V].$$

A partir destas duas leis pode-se definir que auto-indutância é a propriedade de uma bobina de se opor a qualquer variação de corrente (L). A sua unidade de medida é o Henry (H).

A indutância de um indutor com núcleo com comprimento muito maior do que seu diâmetro é simplesmente dada por:

$$L = \frac{N^2 \cdot \mu \cdot A}{l}.$$

Esta expressão pode ser utilizada para o cálculo da indutância de indutores com núcleos retilíneos ou toroidais, conforme mostrada na Figura 31.

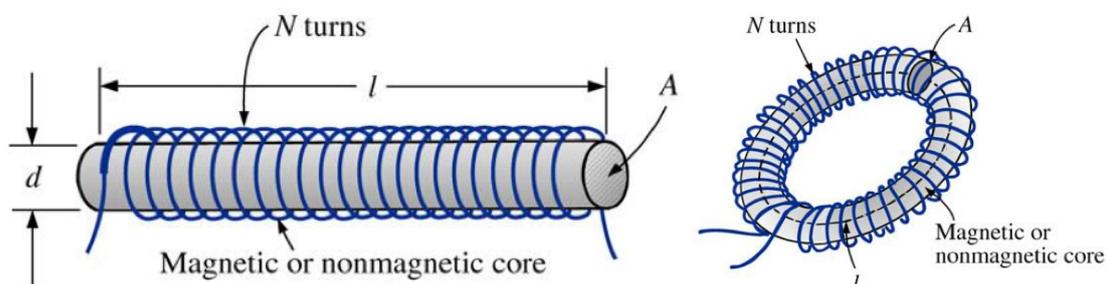


Figura 31 – Indutor com núcleo retilíneo ou toroidal.

Fonte: (Boylestad, 2004).

### 4.2 Modelo Elétrico do Indutor

O circuito elétrico equivalente de um indutor é mostrado na Figura 32. Idealmente se teria apenas a indutância L, mas na prática sempre se terá a resistência do condutor, então é comum se

representar também este parâmetro. Lembre que na análise dos conversores cc-cc, para fins de simplificação, a resistência do indutor foi desprezada.

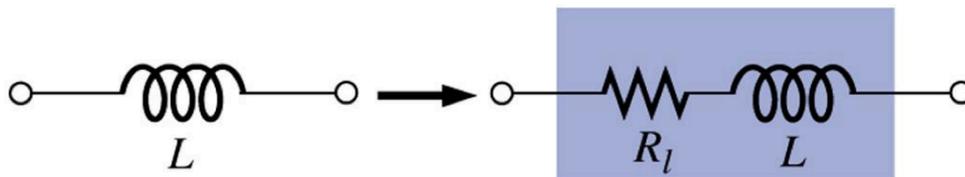


Figura 32 – Circuito elétrico equivalente de um indutor.

Fonte: (Boylestad, 2004).

### 4.3 Projeto de Indutores com Núcleo de Ar

O projeto de um indutor com núcleo de ar é realizado usando-se a expressão abaixo.

$$L = \frac{N^2 \cdot \mu \cdot A}{l}$$

É importante notar que o comprimento do indutor deve ser bem (10 vezes) maior do que seu diâmetro. Caso isso não aconteça, o erro no valor calculado será significativo.

O número de espiras será:

$$N = \sqrt{\frac{L \cdot l}{\mu \cdot A}}$$

Sabe-se que o diâmetro e a área de um condutor circular serão:

$$D_{fio} = 2 \cdot r_{fio}$$

$$A_{fio} = \pi \cdot r_{fio}^2 = \pi \cdot \left(\frac{D_{fio}}{2}\right)^2 = \frac{\pi \cdot D_{fio}^2}{4}$$

Já o comprimento do elemento será dado em função do diâmetro do fio e do número de espiras:

$$l = N \cdot D_{fio}$$

A área do núcleo será:

$$A_{nucleo} = \pi \cdot r_{nucleo}^2 = \pi \cdot \left(\frac{D_{nucleo}}{2}\right)^2 = \frac{\pi \cdot D_{nucleo}^2}{4}$$

Portanto se tem:

$$L = \frac{N^2 \cdot \mu \cdot A}{l} = \frac{N^2 \cdot \mu \cdot \left( \pi \cdot \frac{D_{nucleo}^2}{4} \right)}{N \cdot D_{fio}} = \frac{N \cdot \mu \cdot \pi \cdot D_{nucleo}^2}{D_{fio} \cdot 4}.$$

$$N = \frac{L \cdot D_{fio} \cdot 4}{\mu \cdot \pi \cdot D_{nucleo}^2}.$$

Assim, para uma dada indutância  $L$ , frequência e corrente, deve-se escolher inicialmente o condutor ( $D_{fio}$ ), especificando também o diâmetro do núcleo ( $D_{nucleo}$ ). A seguir determina-se o número de espiras.

Por fim pode-se verificar se o comprimento resultante é bem maior do que a área do núcleo.

Pode-se também determinar as perdas por efeito Joule, calculando o comprimento do condutor.

$$l_{fio} = 2\pi \cdot r_{nucleo} \cdot N = 2\pi \cdot \frac{D_{nucleo}}{2} \cdot N = \pi \cdot D_{nucleo} \cdot N \text{ [m]}.$$

A resistência será:

$$R_{fio} = \rho \cdot l_{fio} \cdot 100 [\Omega].$$

O multiplicador 100 na expressão anterior serve para ajustar a resistividade da Tabela 2 para metros.

Assim, a potência dissipada no enrolamento será:

$$P_{fio} = R_{fio} \cdot I_{(ef)}^2 [W].$$

#### 4.4 Projeto de Indutores com Núcleo Toroidal

O projeto de um indutor com núcleo toroidal é realizado com base na Figura 31. O condutor será escolhido conforme foi visto anteriormente, levando-se em conta a frequência de operação e a corrente que irá circular pelo indutor.

O fabricante de núcleos toroidais fornece um fator de relação entre o número de espiras e a indutância, denominado de  $Al$ :

$$Al = \frac{L}{N^2} [nH].$$

Assim, o número de espiras é calculado em função da indutância desejada:

$$N = \sqrt{\frac{L}{Al}}.$$

A seguir deve-se verificar se a área interna do núcleo é suficiente para acomodar o número de espiras calculado. As dimensões do núcleo são mostradas na Figura 33.

A área do núcleo será:

$$A_{nucleo} = \pi \cdot r_{nucleo}^2 = \pi \cdot \left(\frac{D_{nucleo}}{2}\right)^2 = \frac{\pi \cdot D_{nucleo}^2}{4} [cm^2].$$

A área ocupada pelas espiras será:

$$A_{enrolamento} = A_{fio\_isol} \cdot N [cm^2].$$

Portanto, o fator de ocupação será:

$$FO = \frac{A_{enrolamento}}{A_{nucleo}}.$$

Na prática este fator de ocupação deve ser da ordem de 40%, visto que os condutores são cilíndricos e sua acomodação na parte interna no núcleo não é uniforme.

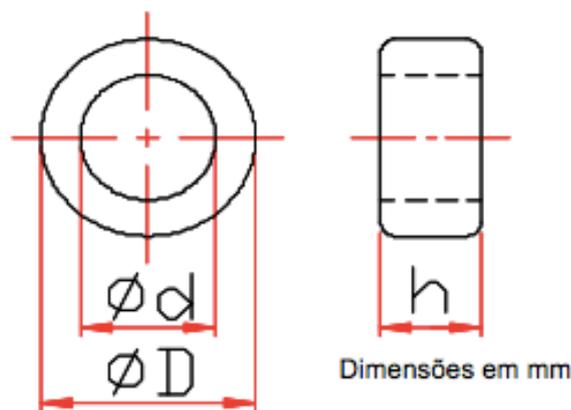


Figura 33 – Dimensões de um núcleo toroidal.

Fonte: <http://www.thornton.com.br>. Acesso em: 29/09/2014.

Pode-se também determinar as perdas por efeito Joule, calculando o comprimento do condutor, com auxílio da Figura 33.

$$l_{fio} = N \cdot [2 \cdot (D - d) + 2 \cdot h] [m].$$

A resistência será:

$$R_{fio} = \rho \cdot l_{fio} \cdot 100 [\Omega].$$

O multiplicador 100 na expressão anterior serve para ajustar a resistividade da Tabela 2 para metros.

Assim, a potência dissipada no enrolamento será:

$$P_{fio} = R_{fio} \cdot I_{(ef)}^2 [W].$$

## 4.5 Projeto de Indutores em PCI

Atualmente é comum se utilizar indutores implementados em placas de circuito impresso (PCI). Com esta técnica se consegue baixo perfil e indutâncias pequenas, da ordem de microHenrys. Aliado ao projeto do indutor na PCI, pode-se usar núcleos planares, obtendo-se então indutâncias bem maiores (Figura 1).

A metodologia de projeto de indutores em placas de circuito impresso consiste em escolher a largura da trilha com base na corrente especificada, usando para isso a Figura 34, a seguir. Será dado um exemplo para um indutor de 1  $\mu\text{H}$  e 1 A. Nesta figura verifica-se que para uma corrente de 1 A será necessária uma largura da ordem de 10 mils.

Pode-se adotar também o critério de densidade de corrente, da mesma forma que se procede para condutores de cobre na confecção de transformadores e indutores. A área da trilha pode ser calculada conhecendo a espessura da trilha ( $h$ ) e a largura da mesma ( $\omega$ ). Na Figura 35 se mostra como determinar a área da trilha. A espessura mais comum para placas de circuito impresso é da ordem de 35  $\mu\text{m}$ . Se for adotada uma densidade de corrente de 450  $\text{A}/\text{cm}^2$  e para uma corrente de 1 A se terá:

$$d = 450 \left[ \frac{\text{A}}{\text{cm}^2} \right].$$

$$S_{\text{trilha}} = \frac{I}{d} = \omega \cdot h.$$

$$\omega = \frac{I}{d \cdot h} = \frac{1 \text{ A}}{450 \frac{\text{A}}{\text{cm}^2} \cdot 35 \cdot 10^{-4} \text{ cm}} = 0,635 \text{ cm} = 63,5 \text{ mm} = 2500 \text{ mils}.$$

Pode-se verificar deste cálculo que a densidade de corrente adotada em placas de circuito impresso é bem maior do que 450  $\text{A}/\text{cm}^2$ .

No tutorial intitulado “PCB Design Tutorial” de David L. Jones (Jones, 2004) é dada uma tabela (Tabela 3) com alguns valores de corrente e a largura da trilha, para espessuras de cobre de uma onça por polegada quadrada (1 oz). Esta mesma unidade é usada na Figura 34.

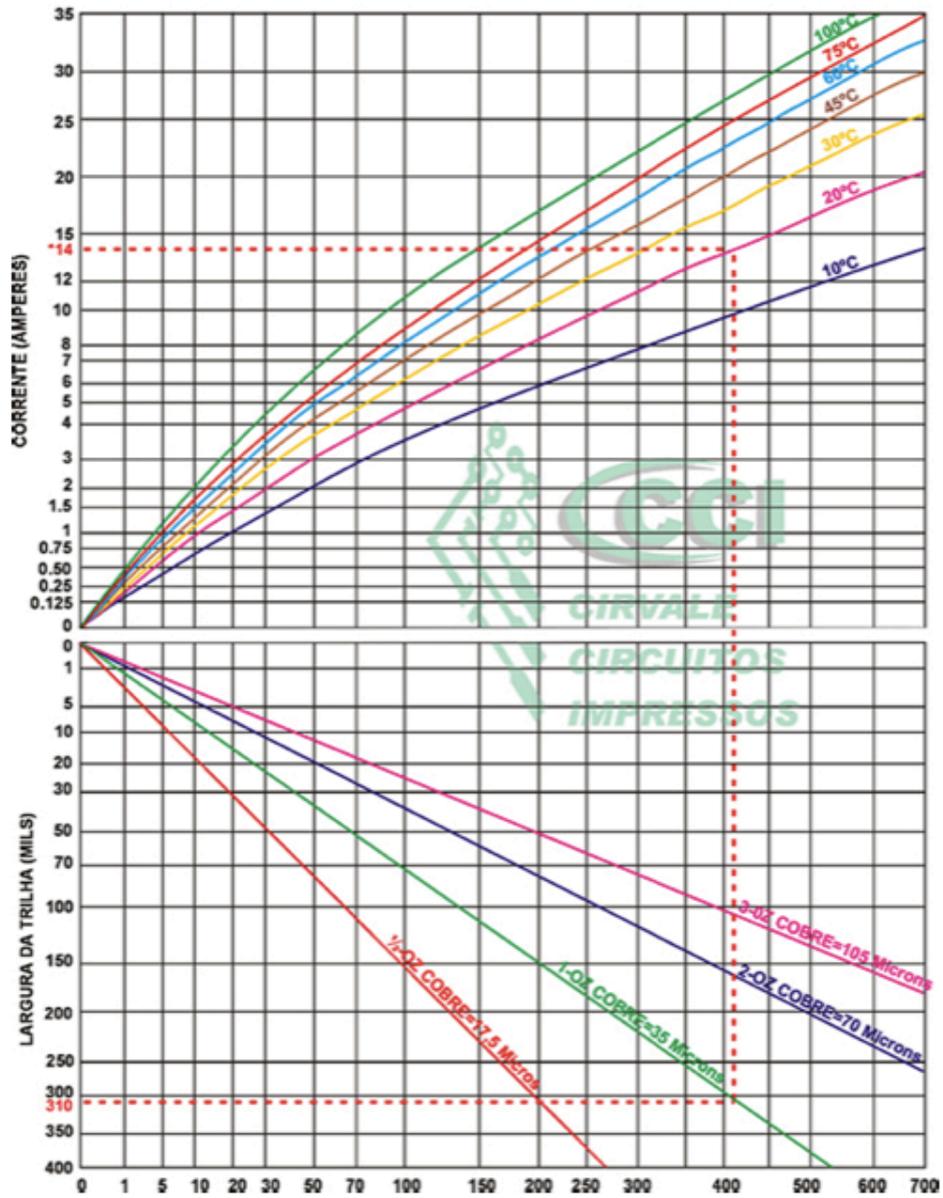


Figura 34 – Gráfico para obter a largura da trilha em função da corrente.

Fonte: <http://www.cirvale.com.br>. Acesso em: 28/09/2014.

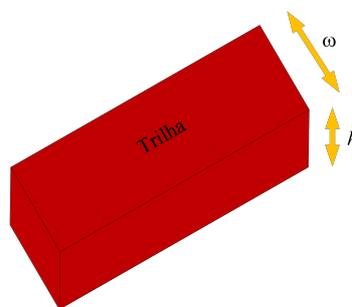


Figura 35 – Cálculo da área da trilha.

Tabela 3 – Largura da trilha para determinada corrente.

Corrente [A]	Largura para 1 oz [mils]	Largura para 2 oz [mils]	Resistência/Área [mΩ/polegada]
1	10	5	52,0
2	30	15	17,2
3	50	25	10,3
4	80	40	6,4
5	110	55	4,7
6	150	75	3,4
7	180	90	2,9
8	220	110	2,3
9	260	130	2,0
10	300	150	1,7

Fonte: (Jones, 2004).

No entanto, para facilitar a elaboração da placa pelo processo artesanal, pode-se adotar 40 mils como largura das trilhas. Portanto:

$$\omega = 40 \text{ mil} = 1,016 \text{ mm}.$$

A conversão entre mils (uma polegada dividida por mil) e milímetros é:

$$1 \text{ mil} = \frac{2,54 \text{ cm}}{1000} = \frac{25,4 \text{ mm}}{1000} = 0,0254 \text{ mm}.$$

Neste caso, 50 mils corresponde a:

$$Largura_{mm} = \frac{25,4 \text{ mm}}{1 \text{ mil} \cdot 1000} \cdot Largura_{mil} = \frac{25,4 \text{ mm}}{1 \text{ mil} \cdot 1000} \cdot 50 \text{ mil} = 1,27 \text{ mm}.$$

Por outro lado, para obter o valor em mils:

$$Largura_{mil} = \frac{1 \text{ mil} \cdot 1000}{25,4 \text{ mm}} \cdot Largura_{mm} = \frac{1 \text{ mil} \cdot 1000}{25,4 \text{ mm}} \cdot 1,27 = 50 \text{ mil}.$$

Alguns valores comuns, aproximados, são dados na Tabela 4.

O espaçamento entre as trilhas depende do processo usado para elaboração da placa de circuito impresso. Quando se usa fresagem, a distância entre as trilhas é determinada pela precisão e ferramenta utilizada pela máquina. Ao confeccionar a placa pelo processo de corrosão, artesanal, deve-se deixar uma distância razoável entre as trilhas, para evitar que as mesmas permaneçam unidas após a corrosão. Pode-se adotar então um espaçamento de 1,016 mm. Assim:

$$s = 40 \text{ mil} = 1,016 \text{ mm}.$$

Tabela 4 – Valores comuns de largura de trilhas.

Polegada/1000	Milímetros
1 mil	0,0254 mm
5 mil	0,127 mm
10 mil	0,254 mm
20 mil	0,508 mm
30 mil	0,762 mm
40 mil	1,016 mm
50 mil	1,27 mm
60 mil	1,524 mm
70 mil	1,778 mm
80 mil	2,032 mm
90 mil	2,286 mm
100 mil	2,54 mm

Para aplicar a expressão que determina a indutância seria necessário conhecer o comprimento interno do indutor, comprimento externo e número de espiras. No entanto, o número de espiras é a variável procurada na equação a seguir:

$$L = k_1 \cdot \mu_o \cdot \frac{N^2 \cdot d_{avg}}{1 + k_2 \cdot \rho}.$$

Onde:

- $k_1 = 2,34$  e  $k_2 = 2,75$  para formato quadrado;
- $\mu_o = 4\pi \cdot 10^{-7} [Wb / A / m]$ ;
- $N$  – número de espiras;
- $d_{avg} = \frac{d_{out} + d_{in}}{2} [m]$  – comprimento médio;
- $\rho = \frac{d_{out} - d_{in}}{d_{out} + d_{in}} [m]$  – razão dos comprimentos interno e externo.

O indutor em projeto está mostrado na Figura 36.

Considerando um comprimento interno de aproximadamente 1 cm:

$$d_m \cong 1,016 \text{ cm} = 10,16 \text{ mm} = 400 \text{ mil}.$$

Com base na Figura 34, pode-se obter que:

$$d_{util} = \frac{d_{out} + d_{in}}{2};$$

$$d_{util} \cong \omega \cdot N + s \cdot (N - 1) = N \cdot (\omega + s) - s.$$

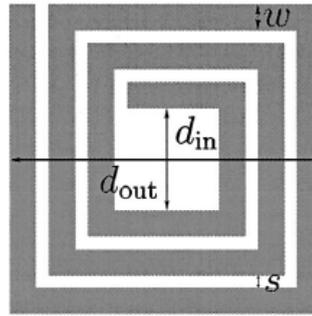


Figura 36 – Indutor em projeto.

Daí pode-se escrever:

$$\frac{d_{out} + d_{in}}{2} = N \cdot (\omega + s) - s;$$

$$d_{out} = 2 \cdot [N \cdot (\omega + s) - s] + d_{in}.$$

E prosseguindo:

$$d_{avg} = N \cdot (\omega + s) - s + d_{in}.$$

$$\rho = \frac{N \cdot (\omega + s) - s}{N \cdot (\omega + s) - s + d_{in}}.$$

Tem-se então a expressão completa para calcular a indutância:

$$L = k_1 \cdot \mu_o \cdot N^2 \cdot \frac{N \cdot (\omega + s) - s + d_{in}}{1 + k_2 \cdot \frac{N \cdot (\omega + s) - s}{N \cdot (\omega + s) - s + d_{in}}}$$

A solução desta expressão não é trivial, e para facilitar a obtenção do número de espiras ( $N$ ) mostra-se um ábaco na Figura 37 a seguir. Nesta figura, o número de espiras varia de 1 à 10 e a indutância calculada de 0 à 3,5  $\mu\text{H}$ .

Por exemplo, consultando a Figura 37, para obter uma indutância de 1  $\mu\text{H}$  serão necessárias aproximadamente 6 espiras. Aplicando este número de espiras na equação se obtém:

$$L = 2,34 \cdot 4\pi \cdot 10^7 \cdot 6^2 \cdot \frac{6 \cdot (1,016 \cdot 10^{-3} + 1,016 \cdot 10^{-3}) - s + 10,16 \cdot 10^{-3}}{1 + 2,75 \cdot \frac{6 \cdot (1,016 \cdot 10^{-3} + 1,016 \cdot 10^{-3}) - 10,16 \cdot 10^{-3}}{6 \cdot (1,016 \cdot 10^{-3} + 1,016 \cdot 10^{-3}) - 1,016 \cdot 10^{-3} + 10,16 \cdot 10^{-3}}} = 0,925 \mu\text{H}$$

Alguns valores de indutância e de largura externa em função do número de espiras são mostrados na Tabela 5. Para determinar a largura externa usou-se:

$$d_{out} = 2 \cdot [N \cdot (\omega + s) - s] + d_{in}.$$

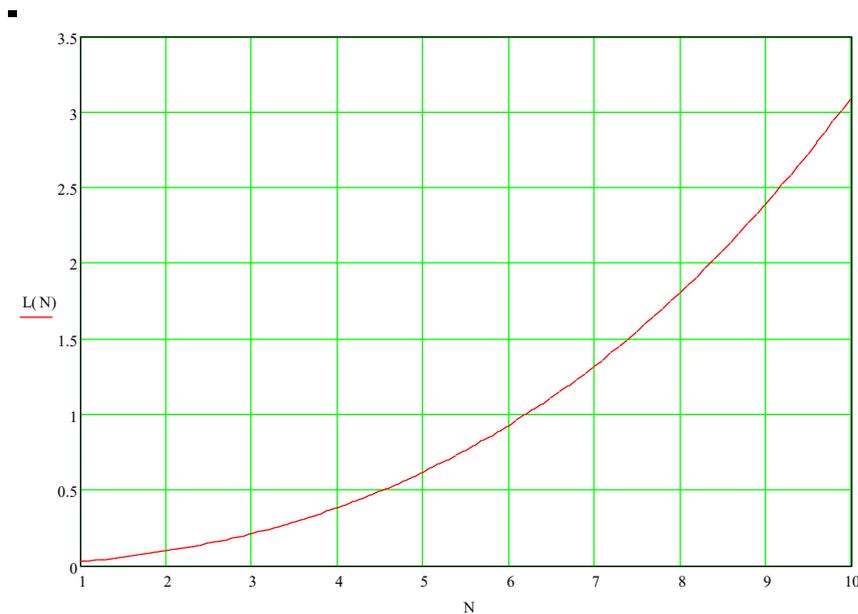


Figura 37 - Ábaco para determinar o número de espiras em função da indutância em  $\mu H$

Tabela 5 – Alguns valores de indutância e números de espiras.

N [espiras]	L [ $\mu H$ ]	$d_{out}$ [mm]
1	0,026	12,192
2	0,095	16,256
3	0,21	20,32
4	0,381	24,384
5	0,616	28,448
6	0,925	32,512
7	1,318	36,576
8	1,804	40,64
9	2,392	44,704
10	3,092	48,768

É importante salientar que estes cálculos são aproximados e o valor obtido na prática será diferente do determinado aqui. Para se obter valores mais condizentes com os práticos seria necessário usar algum *software* de simulação de elementos eletromagnéticos.

Para finalizar esta etapa de projeto do indutor, mostra-se abaixo um resumo dos dados necessários para o desenho no *software* de placas de circuito impresso.

- $L \cong 1 \mu H$  ;
- $N = 6$  espiras;
- $\omega = 1,016 \text{ mm} = 40 \text{ mil}$  – largura das trilhas;
- $s = 1,016 \text{ mm} = 40 \text{ mil}$  – espaçamento entre as trilhas;
- $d_{in} = 10,16 \text{ mm} = 400 \text{ mil}$  – largura interna do indutor;
- $d_{out} = 32,512 \text{ mm} = 1280 \text{ mil}$  – largura externa do indutor.

## 4.6 Projeto de Indutores com Núcleo de Ferrite

Neste item será apresentado o projeto de indutores com núcleo de ferrite, ou seja, que irão operar em altas frequências, utilizando núcleos com o formato do tipo EE, conforme mostrado na Figura 38. Nesta figura também pode-se observar o carretel que será utilizado para acomodar as espiras do indutor.

O núcleo tem uma área denominada de  $A_e$ , ou área da perna central. Já o carretel tem uma área útil (onde ficará alojado o enrolamento) denominada de  $A_w$ , ou área da janela.

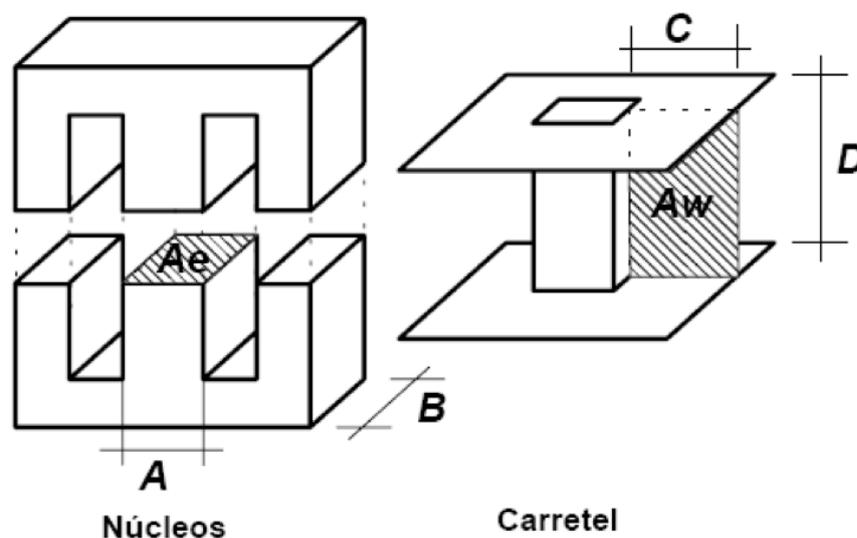


Figura 38 – Núcleo e carretel com formato EE.

Fonte: (Barbi, 2007).

O projeto é iniciado pela especificação de alguns parâmetros que devem ser conhecidos, quais sejam:

- $L$  – indutância do elemento;
- $F_s$  – frequência de operação do indutor;
- $I_{L(pk)}$  – corrente de pico (máxima no indutor);
- $I_{L(ef)}$  – corrente eficaz no indutor;
- $\Delta I_L$  – ondulação (*ripple*) de corrente no indutor;
- $k$  – fator de utilização do enrolamento, em geral 70%;
- $J$  – densidade de corrente para os condutores, em geral 450 A/cm<sup>2</sup>;
- $B$  – densidade de fluxo máximo, que depende do núcleo escolhido. Para o núcleo do fabricante Thornton, com as curvas mostradas na Figura 16, usa-se o valor de 0,35 T;
- $\mu_o = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Wb} / \text{A} / \text{m}$  – permeabilidade do vácuo.

Inicialmente determina-se o produto de áreas para o núcleo, que permitirá a sua escolha:

$$A_e A_w = \frac{L \cdot I_{L(pk)} \cdot I_{L(ef)} \cdot 10^4}{k \cdot B \cdot J} \left[ \text{cm}^4 \right].$$

O núcleo pode ser escolhido no sítio do fabricante ou pela Tabela 6, que apresenta alguns núcleos do tipo EE do fabricante Thornton.

Tabela 6 – Alguns núcleos EE do fabricante Thornton.

Núcleo	$A_e$ [cm <sup>2</sup> ]	$A_w$ [cm <sup>2</sup> ]	$l_e$ [cm]	$l_t$ [cm]	$V_e$ [cm <sup>3</sup> ]	$A_e A_w$ [cm <sup>2</sup> ]
E-20	0,31	0,26	4,28	3,8	1,34	0,08
E-30/7	0,60	0,80	6,7	5,6	4,00	0,48
E-30/14	1,20	0,85	6,7	6,7	8,00	1,02
E-42/15	1,81	1,57	9,7	8,7	17,10	2,84
E-42/20	2,40	1,57	9,7	10,5	23,30	3,77
E-55	3,54	2,50	1,2	11,6	42,50	8,85

Fonte: (Barbi, 2007).

A seguir calcula-se o número de espiras do indutor:

$$N = \frac{L \cdot I_{L(pk)} \cdot 10^4}{B \cdot A_e}.$$

O entreferro será dado por:

$$l_g = \frac{N^2 \cdot \mu_o \cdot A_e \cdot 10^{-2}}{L} \left[ \text{cm} \right].$$

A variação de densidade de fluxo, causada pela variação (*ripple*) na corrente será:

$$\Delta B = B \frac{\Delta I_L}{I_{L(pk)}}.$$

As perdas no núcleo podem ser determinadas, considerando os fatores empíricos:

$$K_H = 4 \cdot 10^{-5}.$$

$$K_E = 4 \cdot 10^{-10}.$$

$$P_{nucleo} = \Delta B^{2,4} \cdot (K_H \cdot F_s + K_E \cdot F_s^2) \cdot V_e.$$

Em seguida escolhe-se o condutor, levando em conta a profundidade de penetração, dependente da frequência de operação.

A resistência dos condutores do enrolamento será determinada pela expressão a seguir, onde  $N_{\text{fios}}$  é o número de fios em paralelo para atender ao critério da corrente de condução.

$$R_{\text{fio}} = N \cdot \frac{\rho}{N_{\text{fios}}} \cdot l_l.$$

Assim, as perdas no fio serão:

$$P_{\text{fio}} = R_{\text{fio}} \cdot I_{(\text{ef})}^2 [W].$$

A perda total no indutor será:

$$P = P_{\text{nucleo}} + P_{\text{fio}}.$$

Pode-se então calcular a elevação de temperatura do elemento magnético:

$$R_{\text{ter}} = 23 \cdot (AeAw)^{-0,37} [^{\circ}C/W].$$

$$\Delta T = R_{\text{ter}} \cdot P [^{\circ}C].$$

Finalmente pode-se determinar o fator de ocupação e verificar se é possível construir o indutor projetado.

A área ocupada pelas espiras será:

$$A_{\text{enrolamento}} = A_{\text{fio\_isol}} \cdot N_{\text{fios}} \cdot N [cm^2].$$

Portanto, o fator de ocupação será:

$$FO = \frac{A_{\text{enrolamento}}}{A_{\text{nucleo}}}.$$

Na prática este fator de ocupação deve ser da ordem de 70% ou menos, para que seja possível construir o elemento magnético.

## 5 Transformadores

### 5.1 Indução Eletromagnética

As Leis de Faraday e de Lenz se aplicam aos transformadores, do mesmo modo que se aplicam aos indutores. Considere o transformador da Figura 39, onde se tem o acoplamento entre os dois enrolamentos realizado pelo ar. Lembre que o enrolamento no qual a fonte é aplicada é

denominado primário, e o enrolamento no qual a carga é conectada é chamado de secundário.

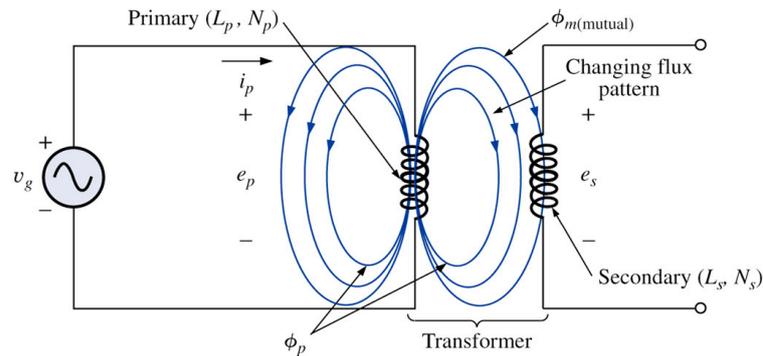


Figura 39 – Transformador com núcleo de ar.

Fonte: (Boylestad, 2004).

O fluxo criado pelo enrolamento primário é denominado de  $\Phi_p$  e o fluxo que envolve o secundário é denominado de fluxo mútuo  $\Phi_m$ .

A tensão induzida sobre o enrolamento primário será:

$$e_p(t) = N_p \frac{d\phi_p}{dt};$$

$$e_p(t) = L_p \frac{di_p}{dt}.$$

Já no enrolamento secundário se terá:

$$e_s(t) = N_s \frac{d\phi_s}{dt};$$

$$e_s(t) = L_s \frac{di_s}{dt}.$$

Como o fluxo se mantém:

$$\phi_m = \phi_s.$$

Então:

$$e_s(t) = N_s \frac{d\phi_p}{dt}.$$

A relação entre o fluxo do primário e o fluxo mútuo é o coeficiente de acoplamento do transformador, que idealmente seria unitário. Quanto melhor acoplados estiverem os enrolamentos, mais próximo da unidade será este fator.

$$k = \frac{\phi_m}{\phi_p}.$$

Para transformadores com núcleo de material ferromagnético, conforme mostrado na Figura 40, considerando operação com tensão de entrada senoidal:

$$i_p(t) = \sqrt{2} \cdot I_p \cdot \text{sen}(\omega t);$$

$$\phi_m = \Phi_m \cdot \text{sen}(\omega t).$$

A tensão induzida no primário será:

$$e_p(t) = N_p \frac{d\phi_p}{dt} = N_p \frac{d\phi_m}{dt};$$

$$e_p(t) = N_p \frac{d(\Phi_m \cdot \text{sen}(\omega t))}{dt} = \omega \cdot N_p \cdot \Phi_m \cdot \cos(\omega t) = \omega \cdot N_p \cdot \Phi_m \cdot \text{sen}(\omega t + 90^\circ).$$

O valor eficaz da tensão no primário será:

$$E_{p(\text{ef})} = \frac{\omega \cdot N_p \cdot \Phi_m}{\sqrt{2}}.$$

Portanto:

$$E_{p(\text{ef})} = 4,44 \cdot f \cdot N_p \cdot \Phi_m.$$

Esta relação será utilizada posteriormente para o projeto de transformadores operando em baixa frequência e com tensão senoidal na entrada.

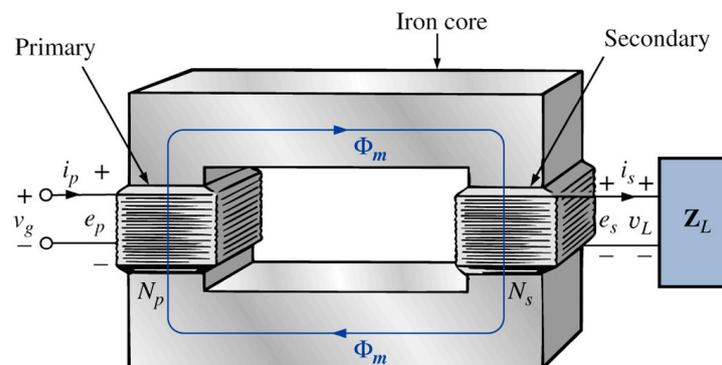


Figura 40 – Transformador com núcleo ferromagnético.

Fonte: (Boylestad, 2004).

## 5.2 Modelo Elétrico do Transformador

O circuito elétrico equivalente completo de um transformador é mostrado na Figura 41 onde se pode notar as capacitâncias dos enrolamentos ( $C_p$  e  $C_s$ ), a resistência do enrolamento primário ( $R_p$ ) e do enrolamento secundário ( $R_s$ ), a indutância de dispersão (devida ao fluxo disperso/não-acoplado) do primário ( $L_p$ ) e do secundário ( $L_s$ ), as perdas no núcleo representadas por uma resistência ( $R_C$ ), a indutância de magnetização ( $L_m$ ) responsável por criar o campo magnético para o funcionamento do elemento magnético, e finalmente as indutâncias do primário e secundário representadas por  $N_p$  e  $N_s$ .

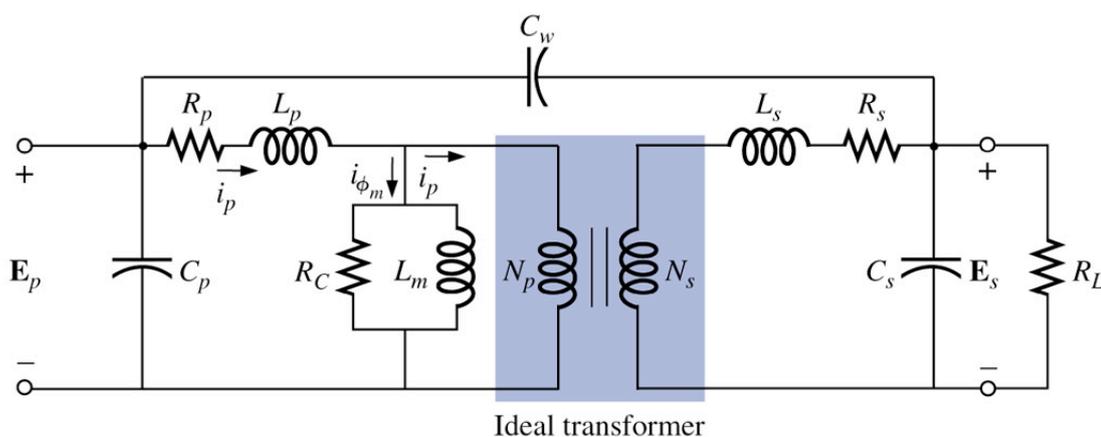


Figura 41 – Circuito elétrico equivalente de um transformador.

Fonte: (Boylestad, 2004).

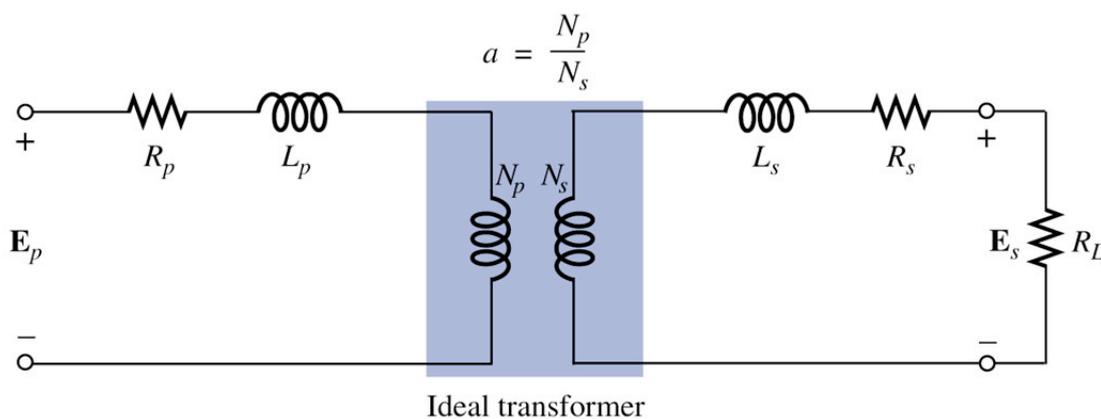


Figura 42 – Circuito elétrico equivalente e simplificado de um transformador.

Fonte: (Boylestad, 2004).

Em geral o circuito da Figura 41 será simplificado, usando-se o circuito da Figura 42. Isso é feito pelo fato de que em frequências baixas (60 Hz) e médias (<500 kHz) pode-se ignorar as capacitâncias dos enrolamentos. Além disso, a corrente de magnetização normalmente é menor do

que 10% da corrente nominal do transformador, sendo desprezada quando se opera em baixa frequência (60 Hz), assim a indutância  $L_m$  é retirada do circuito. Por fim, as perdas podem ser calculadas em separado, tirando-se também a resistência  $R_C$ .

### 5.3 Polaridade dos Enrolamentos do Transformador

Um transformador possui dois ou mais enrolamentos e isso implica que as tensões induzidas e correntes que circulam pelos mesmos tem sentidos e polaridades determinadas pela forma como as espiras são bobinadas (enroladas) no carretel. Deste modo, é muito importante durante a construção do transformador, que sejam identificadas as polaridades dos enrolamentos. Isso pode ser feito por meio de marcações nos fios, indicando o início e fim de cada bobina.

A Figura 43 mostra um transformador com um sinal alternado aplicado no enrolamento primário. A forma de onda obtida em sua saída (enrolamento secundário) é mostrada na mesma figura. Atente para a fase dos sinais de entrada e de saída.

Por sua vez, na Figura 44 se tem um transformador com a polaridade trocada entre primário e secundário. Verifique que os sinais estão em anti-fase.

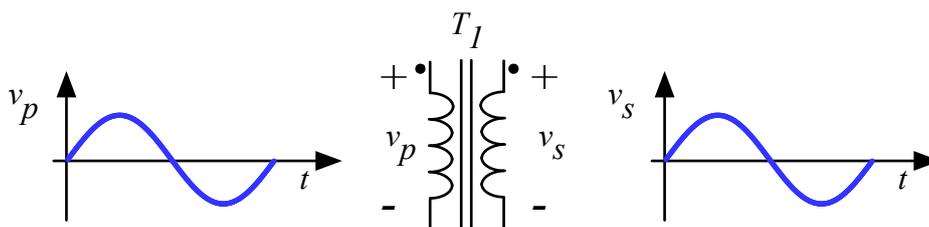


Figura 43 – Transformador com sinais em fase (polaridade igual).

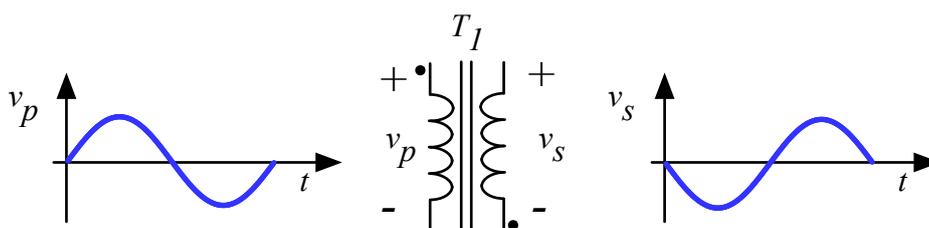


Figura 44 – Transformador com sinais defasados (polaridade diferente).

A polaridade (ponto ao lado dos enrolamentos) é definida no momento de se enrolar as espiras no carretel. Para demonstrar como isso ocorre, mostra-se na Figura 45 um transformador com núcleo cilíndrico e três enrolamentos. Pode-se verificar que os enrolamentos  $N_1$  e  $N_2$  estão com as polaridades iguais (mesmo sentido do enrolamento), enquanto o enrolamento  $N_3$  está com a polaridade trocada, pois foi enrolado em sentido contrário. Atente para a fase dos sinais mostrados na figura.

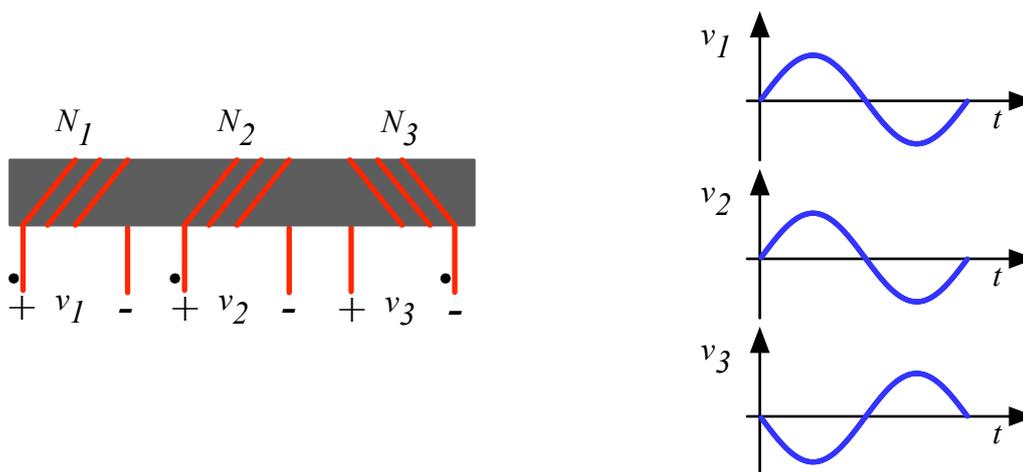


Figura 45 – Transformador com núcleo cilíndrico e identificação da polaridade das bobinas.

### 5.4 Projeto de Transformador para Baixa Frequência

Os transformadores de baixa frequência utilizam ferro silício, devido a sua alta permeabilidade relativa. Estes núcleos são laminados com chapas do tipo EI, que possuem dimensões dadas pela Tabela 7. Na Figura 46 apresentam-se as principais dimensões das chapas com formato EI padronizadas pela indústria.

A montagem das lâminas é realizada intercalando-se as mesmas, sem entreferro, quando se está construindo um transformador. Por sua vez, se a construção for de um indutor, a montagem será realizada conforme a Figura 47.

Tabela 7 - Tamanhos de carretéis e chapas "EI" padrão.

a [cm]	a x c [cm x cm]	Alt. x Larg. x Comp. [cm x cm x cm]
1,6	1,6 x 1,6	4,00 x 4,8 x 3,2
1,6	1,6 x 2,2	4,00 x 4,8 x 3,8
1,6	1,6 x 2,3	4,00 x 4,8 x 3,9
1,9	1,9 x 1,9	4,75 x 5,7 x 3,8
1,9	1,9 x 2,2	4,75 x 5,7 x 4,1
2,2	2,2 x 2,2	5,50 x 6,6 x 4,4
2,2	2,2 x 3,0	5,50 x 6,6 x 5,2
2,5	2,5 x 2,5	6,25 x 7,5 x 5,0
2,9	2,9 x 2,9	7,25 x 8,7 x 5,8
3,2	2,9 x 3,8	8,00 x 9,6 x 6,7
3,2	3,2 x 3,2	8,00 x 9,6 x 6,4
3,2	3,2 x 3,8	8,00 x 9,6 x 7,0
3,2	3,2 x 5,0	8,00 x 9,6 x 8,2

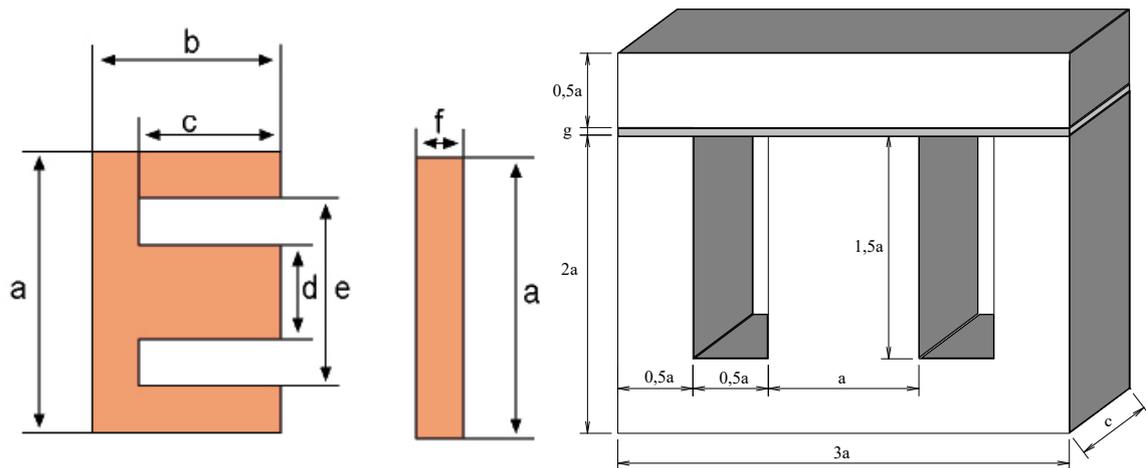


Figura 46 – Dimensões das chapas EI de transformadores de baixa frequência.

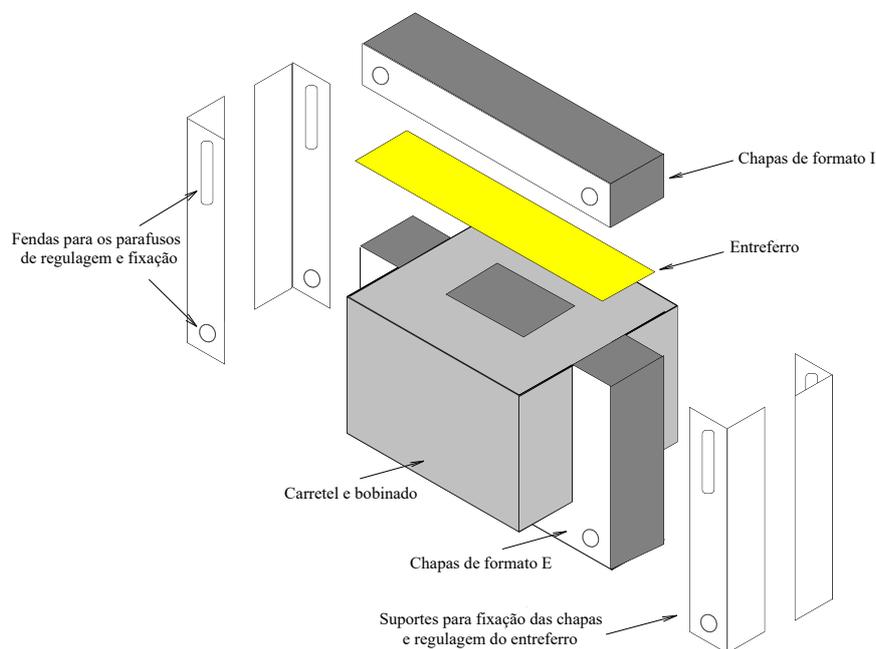


Figura 47 – Montagem das lâminas EI para o caso de um indutor.

A metodologia de projeto adotada neste item está baseada em (Martignoni, 1991). O projeto é iniciado pela especificação de alguns parâmetros que devem ser conhecidos, quais sejam:

- $V_p$  – tensão de entrada (eficaz);
- $V_s$  – tensão de saída (eficaz);
- $F_r$  – frequência de operação do transformador;
- $S_o$  – potência aparente de saída do transformador;
- $B_m$  – fluxo máximo para lâminas de ferro silício;
- $k$  – fator de utilização do enrolamento, em geral 70%;
- $J$  – densidade de corrente para os condutores, em geral 450 A/cm<sup>2</sup>;
- $D_{iso}$  – espessura do isolamento entre os enrolamentos;

- $a$  – largura da perna central do núcleo;
- $c$  – comprimento do núcleo.

A relação de transformação será:

$$Rt = \frac{V_p}{V_s}.$$

A área geométrica do núcleo será:

$$S_g = a \cdot c [cm^2].$$

A seguir se determina a seção magnética do núcleo, deixando-se uma folga de 10% na seção geométrica:

$$S_m = 0,9 \cdot S_g [cm^2].$$

A potência do transformador é calculada por:

$$S_T = \left( \frac{S_m}{7,5} \right)^2 \cdot F_r [VA].$$

Se a potência calculada for inferior ao valor da potência de saída desejada, então se deve escolher novos valores para o par “a” e “c” dos dados iniciais.

O número de espiras do primário e do secundário será:

$$N_p = \frac{10^8 \cdot V_p}{4,44 \cdot B_m \cdot S_m \cdot F_r}.$$

$$N_s = \frac{N_p}{Rt}.$$

As correntes nos enrolamentos, desprezando as perdas no transformador, serão:

$$I_{p(ef)} = \frac{S_o}{V_p}.$$

$$I_{s(ef)} = \frac{S_o}{V_s}.$$

Pode-se então determinar os condutores a serem utilizados com a ajuda da Tabela 2. Neste caso não é necessário calcular a profundidade de penetração, pois como a frequência de operação será baixa (60 Hz), o diâmetro permitido para o condutor será bem maior do que os

diâmetros usuais para os fios esmaltados utilizados para a construção de transformadores.

A resistência dos enrolamentos pode ser obtida por:

$$R_p = \rho_{fio\_p} \cdot l_{fio\_p} \cdot 100 = \rho_{fio\_p} \cdot N_p \cdot (2 \cdot a + 2 \cdot c) \cdot 100 = 2 \cdot \rho_{fio\_p} \cdot N_p \cdot (a + c) \cdot 100 \text{ [}\Omega\text{]}.$$

$$R_s = \rho_{fio\_s} \cdot l_{fio\_s} \cdot 100 = \rho_{fio\_s} \cdot N_s \cdot (2 \cdot a + 2 \cdot c) \cdot 100 = 2 \cdot \rho_{fio\_s} \cdot N_s \cdot (a + c) \cdot 100 \text{ [}\Omega\text{]}.$$

O multiplicador 100 nas expressões anteriores serve para ajustar a resistividade da Tabela 2 para metros.

Assim, a potência dissipada nos enrolamentos será:

$$P_{fio} = \left( R_p \cdot I_{p(ef)}^2 + R_s \cdot I_{s(ef)}^2 \right) [W].$$

O fator de ocupação será:

$$Fo = \frac{0,75 \cdot a^2}{N_p \cdot A_{fio\_p} + N_s \cdot A_{fio\_s}}.$$

## 5.5 Projeto de Transformadores com Núcleo de Ferrite

Neste item será apresentado o projeto de transformadores com núcleo de ferrite, ou seja, que irão operar em altas frequências, utilizando núcleos com o formato do tipo EE, conforme mostrado na Figura 38. Serão feitos dois projetos, um para o transformador do conversor cc-cc do tipo Forward e outro para o conversor cc-cc do tipo Flyback.

### 5.5.1 Transformador do conversor cc-cc Forward

Assim como para o indutor com núcleo de ferrite, o projeto é iniciado pela especificação de alguns parâmetros que devem ser conhecidos, quais sejam:

- $V_i$  – tensão de entrada do conversor;
- $V_o$  – tensão de saída do conversor;
- $F_s$  – frequência de operação do conversor;
- $P_o$  – potência de saída do conversor;
- $k_p$  – fator de ocupação do primário, deve ser da ordem de 50%;
- $k_w$  – fator de utilização da janela do carretel, em geral 40%;
- $J$  – densidade de corrente para os condutores, em geral 450 A/cm<sup>2</sup>;
- $B$  – densidade de fluxo máximo, que depende do núcleo escolhido. Para o núcleo do fabricante Thornton, com as curvas mostradas na Figura 16, usa-se o valor de 0,3 T;
- $\mu_o = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Wb} / \text{A} / \text{m}$  – permeabilidade do vácuo;
- $D_{max}$  – razão cíclica máxima de operação do conversor. Da ordem de 40%;

- $V_F$  – queda de tensão direta do diodo do conversor;
- $\eta$  – rendimento estimado do conversor. Tipicamente se utiliza 75%.

Inicialmente determina-se o produto de áreas para o núcleo, que permitirá a sua escolha:

$$AeAw = \frac{2 \cdot P_{out} \cdot 10^4}{k_w \cdot k_p \cdot J \cdot F_s \cdot B \cdot \eta} \left[ cm^4 \right].$$

A seguir calcula-se o número de espiras do primário:

$$N_p = \frac{V_i}{2 \cdot A_e \cdot \Delta B \cdot F_s}.$$

A relação de transformação será:

$$Rt = \frac{N_s}{N_p} = 1,1 \cdot \frac{V_o + V_F \cdot D_{max}}{V_i \cdot D_{max}}.$$

Logo, o número de espiras do secundário será:

$$N_s = Rt \cdot N_p.$$

O número de espiras do terciário (enrolamento de desmagnetização) é igual ao número de espiras do primário:

$$N_t = N_p.$$

As perdas no núcleo podem ser determinadas, considerando os fatores empíricos:

$$K_H = 4 \cdot 10^{-5}.$$

$$K_E = 4 \cdot 10^{-10}.$$

$$P_{nucleo} = B^{2,4} \cdot (K_H \cdot F_s + K_E \cdot F_s^2) \cdot V_e.$$

Em seguida escolhe-se o condutor, levando em conta a profundidade de penetração, dependente da frequência de operação.

O enrolamento secundário será escolhido pela corrente eficaz, dada por:

$$I_o = \frac{P_o}{V_o}.$$

$$I_{s(ef)} = \frac{I_o}{\sqrt{2}}.$$

Já a corrente eficaz no primário será:

$$I_{p(ef)} = \frac{4 \cdot P_o}{V_i}.$$

A corrente eficaz no terciário (desmagnetização) é da ordem de 20% da corrente do primário, portanto:

$$I_{t(ef)} = 0,2 \cdot I_{p(ef)}.$$

As resistências dos enrolamentos serão:

$$R_p = N_p \cdot \frac{\rho_{fio\_p}}{N_{fios\_p}} \cdot l_t.$$

$$R_s = N_s \cdot \frac{\rho_{fio\_s}}{N_{fios\_s}} \cdot l_t.$$

$$R_t = N_t \cdot \frac{\rho_{fio\_t}}{N_{fios\_t}} \cdot l_t.$$

O número de fios ( $N_{fios\_p}$ ,  $N_{fios\_s}$  e  $N_{fios\_t}$ ) de cada enrolamento deve ser levado em conta no cálculo da resistência. Deve-se tomar cuidado também com a resistividade, que será diferente para cada enrolamento.

Assim, as perdas no fio serão:

$$P_{fio} = R_{fio\_p} \cdot I_{p(ef)}^2 + R_{fio\_s} \cdot I_{s(ef)}^2 + R_{fio\_t} \cdot I_{t(ef)}^2.$$

A perda total no transformador será:

$$P = P_{nucleo} + P_{fio}.$$

Pode-se então calcular a elevação de temperatura do elemento magnético:

$$R_{ter} = 23 \cdot (AeAw)^{-0,37} \left[ ^\circ C / W \right].$$

$$\Delta T = R_{ter} \cdot P \left[ ^\circ C \right].$$

Finalmente pode-se determinar o fator de ocupação e verificar se é possível construir o indutor projetado.

A área ocupada pelas espiras será:

$$A_{\text{enrolamento}} = A_{\text{fio\_isol\_p}} \cdot N_{\text{fios\_p}} \cdot N_p + A_{\text{fio\_isol\_s}} \cdot N_{\text{fios\_s}} \cdot N_s + A_{\text{fio\_isol\_t}} \cdot N_{\text{fios\_t}} \cdot N_t \left[ \text{cm}^2 \right].$$

Portanto, o fator de ocupação será:

$$FO = \frac{A_{\text{enrolamento}}}{A_{\text{nucleo}}}.$$

Na prática este fator de ocupação deve ser da ordem de 70% ou menos, para que seja possível construir o elemento magnético.

### 5.5.2 Transformador do conversor cc-cc Flyback

Assim como para o transformador para o conversor cc-cc Forward com núcleo de ferrite, o projeto é iniciado pela especificação de alguns parâmetros que devem ser conhecidos, quais sejam:

- $V_i$  – tensão de entrada do conversor;
- $V_o$  – tensão de saída do conversor;
- $F_s$  – frequência de operação do conversor;
- $P_o$  – potência de saída do conversor;
- $k_p$  – fator de ocupação do primário, deve ser da ordem de 50%;
- $k_w$  – fator de utilização da janela do carretel, em geral 40%;
- $J$  – densidade de corrente para os condutores, em geral 450 A/cm<sup>2</sup>;
- $B$  – densidade de fluxo máximo, que depende do núcleo escolhido. Para o núcleo do fabricante Thornton, com as curvas mostradas na Figura 16, usa-se o valor de 0,3 T;
- $\mu_o = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Wb} / \text{A} / \text{m}$  – permeabilidade do vácuo;
- $D_{\text{max}}$  – razão cíclica máxima de operação do conversor. Da ordem de 40%;
- $V_F$  – queda de tensão direta do diodo do conversor;
- $\eta$  – rendimento estimado do conversor. Tipicamente se utiliza 75%.

Inicialmente determina-se o produto de áreas para o núcleo, que permitirá a sua escolha:

$$AeAw = \frac{1,1 \cdot P_o \cdot 10^4}{k_w \cdot k_p \cdot J \cdot F_s \cdot B} \left[ \text{cm}^4 \right].$$

Como o transformador do conversor cc-cc Flyback opera como elemento armazenador de energia na primeira etapa de operação (chave fechada), para depois transferí-la (chave aberta e diodo conduzindo), seu comportamento é semelhante a um indutor, e portanto deve possuir entreferro. Este é determinado como segue:

$$\Delta W = \frac{P_o}{\eta \cdot F_s} [J];$$

$$\delta = \frac{2 \cdot \mu_o \cdot \Delta W}{B^2 \cdot A_e};$$

$$l_g = \frac{\delta}{2}.$$

Para determinar o número de espiras deve-se determinar a corrente máxima (de pico) no primário:

$$I_{p(pk)} = \frac{2 \cdot P_o}{\eta \cdot V_i \cdot D_{\max}}.$$

A seguir calcula-se o número de espiras do primário:

$$N_p = \frac{B \cdot \delta}{\mu_o \cdot I_{p(pk)}}.$$

A relação de transformação será:

$$Rt = \frac{N_s}{N_p} = \frac{V_o + V_F}{V_i} \cdot \frac{1 - D_{\max}}{D_{\max}}.$$

Logo, o número de espiras do secundário será:

$$N_s = Rt \cdot N_p.$$

As perdas no núcleo podem ser determinadas, considerando os fatores empíricos:

$$K_H = 4 \cdot 10^{-5}.$$

$$K_E = 4 \cdot 10^{-10}.$$

$$P_{\text{nucleo}} = B^{2,4} \cdot (K_H \cdot F_s + K_E \cdot F_s^2) \cdot V_e.$$

Em seguida escolhe-se o condutor, levando em conta a profundidade de penetração, dependente da frequência de operação.

A corrente eficaz no primário será:

$$I_{p(ef)} = I_{p(pk)} \cdot \sqrt{\frac{D_{\max}}{3}}.$$

A corrente no secundário pode ser obtida por:

$$I_{s(pk)} = \frac{I_{p(pk)}}{Rt};$$

$$I_{s(ef)} = I_{s(pk)} \cdot \sqrt{\frac{1-D_{\max}}{3}}.$$

As resistências dos enrolamentos serão:

$$R_p = N_p \cdot \frac{\rho_{\text{fio}_p}}{N_{\text{fios}_p}} \cdot l_t.$$

$$R_s = N_s \cdot \frac{\rho_{\text{fio}_s}}{N_{\text{fios}_s}} \cdot l_t.$$

O número de fios ( $N_{\text{fios}_p}$ ,  $N_{\text{fios}_s}$ ) de cada enrolamento deve ser levado em conta no cálculo da resistência. Deve-se tomar cuidado também com a resistividade, que será diferente para cada enrolamento,

Assim, as perdas no fio serão:

$$P_{\text{fio}} = R_{\text{fio}_p} \cdot I_{p(ef)}^2 + R_{\text{fio}_s} \cdot I_{s(ef)}^2.$$

A perda total no transformador será:

$$P = P_{\text{nucleo}} + P_{\text{fio}}.$$

Pode-se então calcular a elevação de temperatura do elemento magnético:

$$R_{\text{ter}} = 23 \cdot (AeAw)^{-0,37} \left[ ^\circ C / W \right].$$

$$\Delta T = R_{\text{ter}} \cdot P \left[ ^\circ C \right].$$

Finalmente pode-se determinar o fator de ocupação e verificar se é possível construir o indutor projetado.

A área ocupada pelas espiras será:

$$A_{\text{enrolamento}} = A_{\text{fio}_p} \cdot N_{\text{fios}_p} \cdot N_p + A_{\text{fio}_s} \cdot N_{\text{fios}_s} \cdot N_s \left[ \text{cm}^2 \right].$$

Portanto, o fator de ocupação será:

$$FO = \frac{A_{\text{enrolamento}}}{A_{\text{nucleo}}}.$$

## 6 Exercícios

### Exercícios Resolvidos

**ER 01)** Projete um indutor para operar com frequência de 50 kHz, corrente eficaz de 5 A e tenha indutância de 1 mH. Determine:

- Núcleo a ser usado;
- Número de espiras;
- Condutor do enrolamento;
- Perdas no indutor;
- Fator de ocupação.

Inicialmente deve-se determinar o material do núcleo para a construção do indutor. Considerando que a frequência de operação é alta, sugere-se utilizar um núcleo de ferrite, do tipo EE. Poderia ser utilizado também um núcleo de ferrite com outro formato, por exemplo, toroidal.

Determina-se o produto de áreas do núcleo:

$$AeAw = \frac{L \cdot I_{L(pk)} \cdot I_{L(ef)} \cdot 10^4}{k \cdot B \cdot J} [cm^4].$$

Alguns parâmetros não foram fornecidos, deste modo serão atribuídos pelo projetista: quais sejam:

- $I_{L(pk)}$  – corrente de pico (máxima no indutor), será utilizado o mesmo valor que a corrente eficaz, ou seja, 5 A;
- $\Delta I_L$  – ondulação (*ripple*) de corrente no indutor, será atribuída uma ondulação de 20% do valor eficaz da corrente, ou seja, de 1 A;
- $k$  – fator de utilização do enrolamento, usa-se 70%;
- $J$  – densidade de corrente para os condutores, em geral 450 A/cm<sup>2</sup>;
- $B$  – densidade de fluxo máximo, que depende do núcleo escolhido. Para o núcleo do fabricante Thornton, com as curvas mostradas na Figura 16, usa-se o valor de 0,35 T;
- $\mu_o = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Wb} / \text{A} / \text{m}$  – permeabilidade do vácuo.

Assim:

$$A_e A_w = \frac{L \cdot I_{L(pk)} \cdot I_{L(ef)} \cdot 10^4}{k \cdot B \cdot J} = \frac{1m \cdot 5 \cdot 5 \cdot 10^4}{0,7 \cdot 0,35 \cdot 450} = 2,27 \text{ cm}^4.$$

Da Tabela 12 escolhe o núcleo E 42/15, que possui as características dadas na Tabela 8.

Tabela 8 – Dados do núcleo escolhido.

Núcleo	$A_e$ [cm <sup>2</sup> ]	$A_w$ [cm <sup>2</sup> ]	$l_e$ [cm]	$l_t$ [cm]	$V_e$ [cm <sup>3</sup> ]	$A_e A_w$ [cm <sup>2</sup> ]
E-42/15	1,81	1,57	9,7	8,7	17,10	2,84

A seguir calcula-se o número de espiras do indutor:

$$N = \frac{L \cdot I_{L(pk)} \cdot 10^4}{B \cdot A_e} = \frac{1m \cdot 5 \cdot 10^4}{0,35 \cdot 1,81} \approx 79 \text{ espiras}.$$

O entreferro será dado por:

$$lg = \frac{N^2 \cdot \mu_o \cdot A_e \cdot 10^{-2}}{L} = \frac{79^2 \cdot 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot 1,81 \cdot 10^{-2}}{1m} = 0,14 \text{ cm}.$$

A variação de densidade de fluxo, causada pela variação (*ripple*) na corrente será:

$$\Delta B = B \frac{\Delta I_L}{I_{L(pk)}} = 0,35 \frac{1}{5} = 0,07 \text{ T}.$$

As perdas no núcleo podem ser determinadas, considerando os fatores empíricos:

$$K_H = 4 \cdot 10^{-5}.$$

$$K_E = 4 \cdot 10^{-10}.$$

$$P_{nucleo} = \Delta B^{2,4} \cdot (K_H \cdot F_s + K_E \cdot F_s^2) \cdot V_e = 0,07^{2,4} \cdot (4 \cdot 10^{-5} \cdot 50k + 4 \cdot 10^{-10} \cdot 50k^2) \cdot 17,10;$$

$$P_{nucleo} = 86,7 \text{ mW}.$$

Em seguida escolhe-se o condutor, levando em conta a profundidade de penetração, dependente da frequência de operação.

A profundidade de penetração será:

$$r \approx \frac{7,5}{\sqrt{F_s}} = \frac{7,5}{\sqrt{50k}} = 0,033 \text{ cm}.$$

Já o diâmetro máximo do condutor poderá ser obtido por:

$$D = 2 \cdot r = 2 \cdot 0,033 = 0,067 \text{ cm}.$$

Assim, usando a Tabela 2, pode-se escolher o fio 22 AWG, que tem suas características mostradas na Tabela 9. Note que qualquer condutor com numeração acima de 22 AWG poderia ser escolhido, visto ter diâmetro menor do que o calculado pela profundidade de penetração.

Tabela 9 – Dados do fio escolhido.

AWG	$D_{fio}$ Diâmetro Cobre [cm]	$A_{fio}$ Área Cobre [cm <sup>2</sup> ]	$D_{fio\_isol}$ Diâmetro Isolamento [cm]	$A_{fio\_isol}$ Área Isolamento [cm <sup>2</sup> ]	$\rho$ @20 °C [Ω/cm]	$\rho$ @100 °C [Ω/cm]	$I$ @450 A/cm <sup>2</sup> [A]
22	0,064	0,003255	0,071	0,004013	0,000530	0,000708	1,465

O número de fios, considerando uma densidade de corrente de 450 A/cm<sup>2</sup> será determinado pela relação entre a área de cobre necessária para a corrente desejada e a área do fio escolhido (fio 22 AWG):

$$A_{fio\_nec} = \frac{I_{L(ef)}}{J} = \frac{5}{450} = 0,011 \text{ cm}^2.$$

$$N_{fios} = \frac{A_{fio\_nec}}{A_{fio}} = \frac{0,011}{0,003255} = 3,41 \approx 4 \text{ fios em paralelo.}$$

A resistência dos condutores do enrolamento será determinada pela expressão a seguir, onde  $N_{fios}$  é o número de fios em paralelo para atender ao critério da corrente de condução.

$$R_{fio} = N \cdot \frac{\rho}{N_{fios}} \cdot l_t = 79 \cdot \frac{0,000708}{4} \cdot 8,7 = 0,12 \Omega.$$

Assim, as perdas no fio serão:

$$P_{fio} = R_{fio} \cdot I_{(ef)}^2 = 0,12 \cdot 5^2 = 3 \text{ W}.$$

A perda total no indutor será:

$$P = P_{nucleo} + P_{fio} = 86,7 \text{ m} + 3 = 3,0867 \text{ W}.$$

Pode-se então calcular a elevação de temperatura do elemento magnético:

$$R_{ter} = 23 \cdot (AeAw)^{-0,37} = 23 \cdot (2,84)^{-0,37} = 27,86 \text{ }^\circ\text{C} / \text{W}.$$

$$\Delta T = R_{ter} \cdot P = 27,86 \cdot 3,0867 = 86 \text{ }^\circ\text{C}.$$

A elevação de temperatura está alta, visto que as perdas no cobre foram significativas. Uma possível solução seria aumentar o número de condutores em paralelo para diminuir a resistência do fio e assim diminuir as perdas no enrolamento.

Finalmente pode-se determinar o fator de ocupação e verificar se é possível construir o indutor projetado.

A área ocupada pelas espiras será:

$$A_{\text{enrolamento}} = A_{\text{fio\_isol}} \cdot N_{\text{fios}} \cdot N = 0,004013 \cdot 4 \cdot 79 = 1,268 \text{ cm}^2.$$

Portanto, o fator de ocupação será:

$$F_o = \frac{A_{\text{enrolamento}}}{A_{\text{nucleo}}} = \frac{1,268}{1,57} = 0,80.$$

Pelo resultado obtido nota-se que não seria possível aumentar o número de fios em paralelo para diminuir as perdas no cobre. Neste caso, seria prudente aumentar o tamanho do núcleo e refazer o projeto.

**ER 02)** Considere um conversor Flyback operando em condução descontínua, com tensão de entrada de 25 V, potência de 5 W, tensão de saída de 5 V, frequência de operação de 40 kHz e razão cíclica máxima de 40%. Projete o transformador para este conversor.

Os parâmetros necessários para este projeto são:

- $V_i$  – tensão de entrada do conversor = 25 V;
- $V_o$  – tensão de saída do conversor = 5 V;
- $F_s$  – frequência de operação do conversor = 40 kHz;
- $P_o$  – potência de saída do conversor = 5 W;
- $k_p$  – fator de ocupação do primário, deve ser da ordem de 50%;
- $k_w$  – fator de utilização da janela do carretel, em geral 40%;
- $J$  – densidade de corrente para os condutores, em geral 450 A/cm<sup>2</sup>;
- $B$  – densidade de fluxo máximo, que depende do núcleo escolhido. Para o núcleo do fabricante Thornton, com as curvas mostradas na Figura 16, usa-se o valor de 0,3 T;
- $\mu_o = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Wb} / \text{A} / \text{m}$  – permeabilidade do vácuo;
- $D_{\text{max}}$  – razão cíclica máxima de operação do conversor = 40%
- $V_F$  – queda de tensão direta do diodo do conversor. Usa-se em torno de 1 V;
- $\eta$  – rendimento estimado do conversor. Tipicamente se utiliza 75%.

Inicialmente determina-se o produto de áreas para o núcleo, que permitirá a sua escolha:

$$A_e A_w = \frac{1,1 \cdot P_o \cdot 10^4}{k_w \cdot k_p \cdot J \cdot F_s \cdot B} = \frac{1,1 \cdot 5 \cdot 10^4}{0,4 \cdot 0,5 \cdot 450 \cdot 40k \cdot 0,3} = 0,051 \text{ cm}^4.$$

Da Tabela 12 escolhe o núcleo E 30/14, que possui as características dadas na Tabela 10.

Tabela 10 – Dados do núcleo escolhido.

Núcleo	$A_e$ [cm <sup>2</sup> ]	$A_w$ [cm <sup>2</sup> ]	$l_e$ [cm]	$l_t$ [cm]	$V_e$ [cm <sup>3</sup> ]	$A_e A_w$ [cm <sup>2</sup> ]
E-30/14	1,20	0,85	6,7	6,7	8,00	1,02

O entreferro será:

$$\Delta W = \frac{P_o}{\eta \cdot F_s} = \frac{5}{0,75 \cdot 40k} = 0,00017 \text{ J},$$

$$\delta = \frac{2 \cdot \mu_o \cdot \Delta W}{B^2 \cdot A_e} = \frac{2 \cdot 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot 0,00017}{0,3^2 \cdot 1,20 \cdot 10^{-4}} = 3,88 \cdot 10^{-5} \text{ mm},$$

$$l_g = \frac{\delta}{2} = \frac{3,88 \cdot 10^{-5}}{2} = 1,94 \cdot 10^{-5} \text{ mm}.$$

Para determinar o número de espiras deve-se determinar a corrente máxima (de pico) no primário:

$$I_{p(pk)} = \frac{2 \cdot P_o}{\eta \cdot V_i \cdot D_{\max}} = \frac{2 \cdot 5}{0,75 \cdot 25 \cdot 0,4} = 1,33 \text{ A}.$$

A seguir calcula-se o número de espiras do primário:

$$N_p = \frac{B \cdot \delta}{\mu_o \cdot I_{p(pk)}} = \frac{0,3 \cdot 3,88 \cdot 10^{-5}}{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot 1,33} = 6,96 \approx 7 \text{ espiras}.$$

A relação de transformação será:

$$Rt = \frac{N_s}{N_p} = \frac{V_o + V_F}{V_i} \cdot \frac{1 - D_{\max}}{D_{\max}} = \frac{5 + 1}{25} \cdot \frac{1 - 0,4}{0,4} = 0,36.$$

Logo, o número de espiras do secundário será:

$$N_s = Rt \cdot N_p = 0,36 \cdot 7 = 2,52 \approx 3 \text{ espiras}.$$

Nota-se que o número de espiras do primário e do secundário é pequeno. Pode-se aumentar proporcionalmente o número de espiras de cada enrolamento, se for desejado.

As perdas no núcleo podem ser determinadas, considerando os fatores empíricos:

$$K_H = 4 \cdot 10^{-5}.$$

$$K_E = 4 \cdot 10^{-10}.$$

$$P_{nucleo} = B^{2,4} \cdot (K_H \cdot F_s + K_E \cdot F_s^2) \cdot V_e = 0,3^{2,4} \cdot (4 \cdot 10^{-5} \cdot 40k + 4 \cdot 10^{-10} \cdot 40k^2) \cdot 8;$$

$$P_{nucleo} = 0,99W.$$

Em seguida escolhe-se o condutor, levando em conta a profundidade de penetração, dependente da frequência de operação.

A profundidade de penetração será:

$$r \approx \frac{7,5}{\sqrt{F_s}} = \frac{7,5}{\sqrt{40k}} = 0,0375 \text{ cm}.$$

Já o diâmetro máximo do condutor poderá ser obtido por:

$$D = 2 \cdot r = 2 \cdot 0,0375 = 0,075 \text{ cm}.$$

Assim, usando a Tabela 2, pode-se escolher o fio 21 AWG, que tem suas características mostradas na Tabela 11. Note que qualquer condutor com numeração acima de 21 AWG poderia ser escolhido, visto ter diâmetro menor do que o calculado pela profundidade de penetração.

Tabela 11 – Dados do fio escolhido.

AWG	$D_{fio}$ Diâmetro Cobre [cm]	$A_{fio}$ Área Cobre [cm <sup>2</sup> ]	$D_{fio\_isol}$ Diâmetro Isolamento [cm]	$A_{fio\_isol}$ Área Isolamento [cm <sup>2</sup> ]	$\rho$ @20 °C [Ω/cm]	$\rho$ @100 °C [Ω/cm]	$I$ @450 A/cm <sup>2</sup> [A]
21	0,072	0,004105	0,080	0,005004	0,000420	0,000561	1,847

O número de fios, considerando uma densidade de corrente de 450 A/cm<sup>2</sup> será determinado pela relação entre a área de cobre necessária para a corrente desejada em cada enrolamento e a área do fio escolhido (fio 21 AWG).

A corrente eficaz no primário será:

$$I_{p(ef)} = I_{p(pk)} \cdot \sqrt{\frac{D_{max}}{3}} = 1,33 \cdot \sqrt{\frac{0,4}{3}} = 0,48 \text{ A}.$$

A corrente no secundário pode ser obtida por:

$$I_{s(pk)} = \frac{I_{p(pk)}}{R_t} = \frac{1,33}{0,36} = 3,69 \text{ A};$$

$$I_{s(ef)} = I_{s(pk)} \cdot \sqrt{\frac{1 - D_{\max}}{3}} = 3,69 \cdot \sqrt{\frac{1 - 0,4}{3}} = 1,65 A.$$

A quantidade de condutores em paralelo para cada enrolamento será:

$$A_{fio\_nec\_p} = \frac{I_{p(ef)}}{J} = \frac{0,48}{450} = 0,0011 cm^2.$$

$$N_{fios\_p} = \frac{A_{fio\_nec\_p}}{A_{fio}} = \frac{0,0011}{0,004105} = 0,25 \approx 1 \text{ fio.}$$

$$A_{fio\_nec\_s} = \frac{I_{s(ef)}}{J} = \frac{1,65}{450} = 0,0037 cm^2.$$

$$N_{fios\_s} = \frac{A_{fio\_nec\_s}}{A_{fio}} = \frac{0,0037}{0,004105} = 0,89 \approx 1 \text{ fio.}$$

Note que tanto no primário como no secundário poderiam ser utilizados condutores mais finos, atendendo ao critério da corrente em cada enrolamento.

As resistências dos enrolamentos serão:

$$R_p = N_p \cdot \frac{\rho_{fio\_p}}{N_{fios\_p}} \cdot l_t = 7 \cdot \frac{0,000561}{1} \cdot 6,7 = 0,026 \Omega.$$

$$R_s = N_s \cdot \frac{\rho_{fio\_s}}{N_{fios\_s}} \cdot l_t = 3 \cdot \frac{0,000561}{1} \cdot 6,7 = 0,011 \Omega.$$

Assim, as perdas no fio serão:

$$P_{fio} = R_{fio\_p} \cdot I_{p(ef)}^2 + R_{fio\_s} \cdot I_{s(ef)}^2 = 0,026 \cdot 0,48^2 + 0,011 \cdot 1,65^2 = 0,036 W.$$

A perda total no transformador será:

$$P = P_{nucleo} + P_{fio} = 0,99 + 0,036 = 1,026 W.$$

Pode-se então calcular a elevação de temperatura do elemento magnético:

$$R_{ter} = 23 \cdot (AeAw)^{-0,37} = 23 \cdot (1,02)^{-0,37} = 10 \text{ } ^\circ C / W.$$

$$\Delta T = R_{ter} \cdot P = 10 \cdot 1,026 = 10,26 \text{ } ^\circ C.$$

Finalmente pode-se determinar o fator de ocupação e verificar se é possível construir o

indutor projetado.

A área ocupada pelas espiras será:

$$A_{\text{enrolamento}} = A_{\text{fio\_isol\_p}} \cdot N_{\text{fios\_p}} \cdot N_p + A_{\text{fio\_isol\_s}} \cdot N_{\text{fios\_s}} \cdot N_s,$$

$$A_{\text{enrolamento}} = 0,005004 \cdot 1 \cdot 7 + 0,005004 \cdot 1 \cdot 3 = 0,05 \text{ cm}^2,$$

$$A_{\text{enrolamento}} = A_{\text{fio\_isol\_p}} \cdot N_{\text{fios\_p}} \cdot N_p + A_{\text{fio\_isol\_s}} \cdot N_{\text{fios\_s}} \cdot N_s.$$

Portanto, o fator de ocupação será:

$$F_o = \frac{A_{\text{enrolamento}}}{A_{\text{nucleo}}} = \frac{0,05}{0,85} = 5,88\%.$$

Note que o fator de ocupação é muito baixo, resultando em uma má ocupação da área da janela ( $A_w$ ) do carretel. Neste caso seria economicamente mais interessante escolher um núcleo menor, mesmo que isso implique especificar um fabricante diferente de materiais magnéticos.

## Exercícios Propostos

**EP 01)** Projete um indutor para operar com frequência de 50 kHz, corrente eficaz de 1 A e tenha indutância de 5 mH.

**EP 02)** Projete um indutor com núcleo de ar, para operar com frequência de 50 kHz, corrente eficaz de 1 A e tenha indutância de 150  $\mu$ H.

**EP 03)** Projete um indutor em placa de circuito impresso, para operar com corrente eficaz de 1 A e tenha indutância de 5  $\mu$ H.

**EP 04)** Projete um indutor com núcleo toroidal, para operar com frequência de 50 kHz, corrente eficaz de 1 A e tenha indutância de 500  $\mu$ H.

**EP 05)** Considere um conversor Flyback operando em condução descontínua, com tensão de entrada de 12 V, potência de 5 W, tensão de saída de 5 V, frequência de operação de 40 kHz e razão cíclica máxima de 40%. Projete o transformador para este conversor.

**EP 06)** Considere um conversor Forward operando em condução descontínua, com tensão de entrada de 25 V, potência de 5 W, tensão de saída de 5 V, frequência de operação de 40 kHz e razão cíclica máxima de 40%. Projete o transformador para este conversor.

**EP 07)** Considere um conversor Forward operando em condução descontínua, com tensão de entrada de 12 V, potência de 5 W, tensão de saída de 5 V, frequência de operação de 40 kHz e razão cíclica máxima de 40%. Projete o transformador para este conversor.

**EP 08)** Projete um transformador com núcleo de ferro silício laminado, com tensão de entrada de 220 V, tensão de saída de 12 V, frequência de 60 Hz e corrente de saída de 1 A.

## 7 Laboratório

### 7.1 Introdução

Esta atividade de laboratório tem por objetivo exercitar o conteúdo estudado nesta aula (capítulo), especificamente sobre o estudo de elementos magnéticos, seu projeto e implementação.

Em síntese, objetiva-se:

- Projetar indutores operando com alta frequência;
- Montar um indutor com núcleo de ferrite;
- Realizar medições com o indutor implementado;
- Analisar os resultados obtidos.

### 7.2 Especificações do Indutor a Ser Construído

As especificações técnicas para o projeto do indutor para ser utilizado em conversores cc-cc operando em condução contínua estão apresentadas na Tabela 12 abaixo.

*Tabela 12 – Especificações técnicas.*

Grandeza	Valores
Indutância do indutor	5 mH
Corrente de pico no indutor	1 A
Corrente eficaz no indutor	≈ 1 A
Corrente média no indutor	1 A
Ondulação de corrente no indutor	0,1 A
Frequência de comutação do circuito	1 kHz

O núcleo a ser utilizado será o EE 30/7 do fabricante Thornton (<http://www.thornton.com.br>).

### 7.3 Projeto de Indutores para Alta Frequência

A partir das especificações de projeto e seguindo a metodologia apresentada em aula, determine os principais elementos do indutor, conforme segue:

Núcleo: \_\_\_\_\_

Número de espiras: \_\_\_\_\_

Condutor (em AWG): \_\_\_\_\_

Perda no núcleo: \_\_\_\_\_

Número de fios: \_\_\_\_\_

Perda total: \_\_\_\_\_

Perda no cobre: \_\_\_\_\_

Possibilidade de execução: \_\_\_\_\_

## 7.4 Resultados

Meça a indutância do indutor na ponte RLC, registrando o valor a seguir. Anote também a resistência ôhmica do indutor.

 $L_{\text{medido}} = \underline{\hspace{2cm}}$ 
 $R_{\text{medido}} = \underline{\hspace{2cm}}$ 

Realize um ensaio térmico, aplicando uma corrente contínua de 1 A, a partir de uma fonte de corrente contínua, ao indutor e meça sua temperatura, anotando os valores na Tabela 13.

Tabela 13 – Valores da temperatura no núcleo e no enrolamento do indutor construído.

Tempo [min]	T <sub>núcleo</sub> [°C]	T <sub>Enrolamento</sub> [°C]
0,0		
2,0		
4,0		
6,0		
8,0		
10,0		

Adicione uma imagem (fotografia) do indutor construído.

## 7.5 Análise dos Resultados

- 1) O valor da indutância obtido na prática correspondeu ao valor calculado? Comente.
- 2) O aquecimento do indutor (núcleo e enrolamento) foi condizente com os valores esperados? Comente.

## 8 Referências

[1] REZENDE, M. S. Materiais e Dispositivos Eletrônicos. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2004.

[2] HALLIDAY D. e RESNICK R. Física III. 4. Ed. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos S.A., 1984.

- 
- [3] RAMALHO, R. J. FERRARO, N. J. e SOARES, P. A. T. Os Fundamentos da Física. Volume 3. São Paulo: Editora Moderna, 2006.
- [4] BOYLESTAD, R. L. Introdução à Análise de Circuitos. 10. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2004.
- [5] BATISTELA, N. J. Caracterização e modelagem eletromagnética de lâminas de aço ao silício. Tese de Doutorado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Santa Catarina, 2001.
- [6] PRESSMAN, A. I. Switching Power Supply Design. New York: McGraw Hill, 1998.
- [7] BARBI, Ivo. Projeto de Fontes Chaveadas. 2ª Edição Revisada, Florianópolis, 2006.
- [8] JONES, D. L. PCB Design Tutorial. 2004. Disponível em:  
<http://itsp.stab-iitb.org/resource/PCBDesignTutorialRevA.pdf>
- [9] MARTIGNONI, A. Transformadores. Rio de Janeiro: Globo Editora, 1991.
- [10] DIXON, L. H. Magnetics Design for Switching Power Supplies. 2001 Magnetics Design Handbook - MAG100A. Texas Instruments. Acessível em: <http://www.ti.com>.